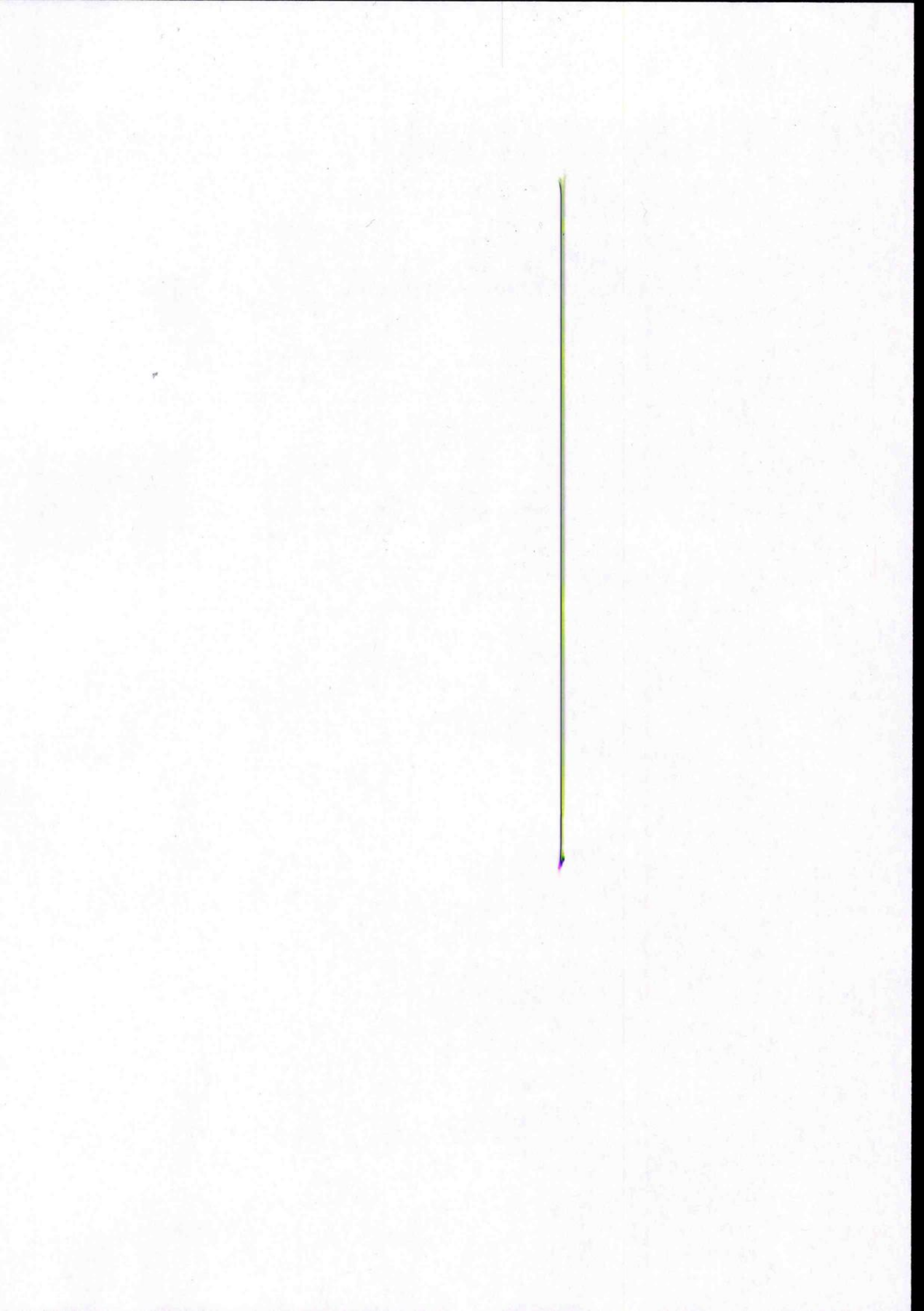




### Försättsblad Prov Original

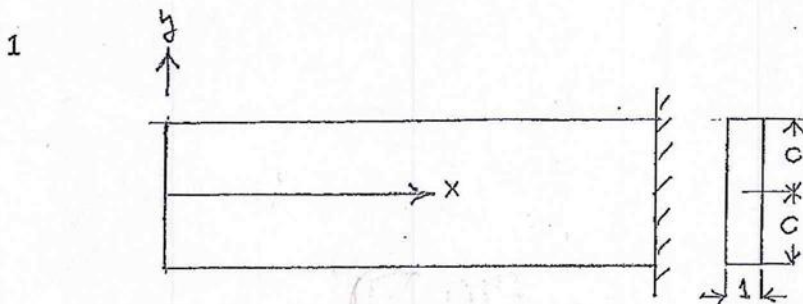
Kurskod	Provkod	Tentamensdatum
M T O 1 7 A	T 1 0 0	2 0 1 8 - 0 3 - 2 0
Kursnamn	Maskinteknik AV, Elasticitetsteori	
Provnamn	Tentamen	
Ort	Sundsvall	
Termin	V18	
Ämne	Maskinteknik	



Tentamen i Elasticitetsteori den 20:e Mars 2018.  
 Skrivtid 6 timmar. För godkänt krävs 14 poäng.

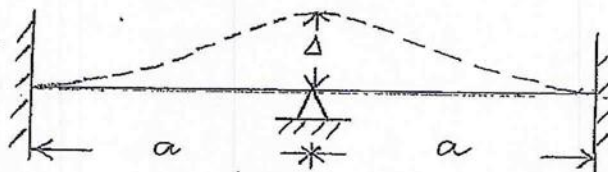
Tillåtna hjälpmedel: KTH:s formelsamling, formelsamling inom matematik och fysik samt kompendier: Skivor, Plattor och Skal, Sundin och Eriksson.

Examinator Per A Gradin är anträffbar på: 070 6471517.

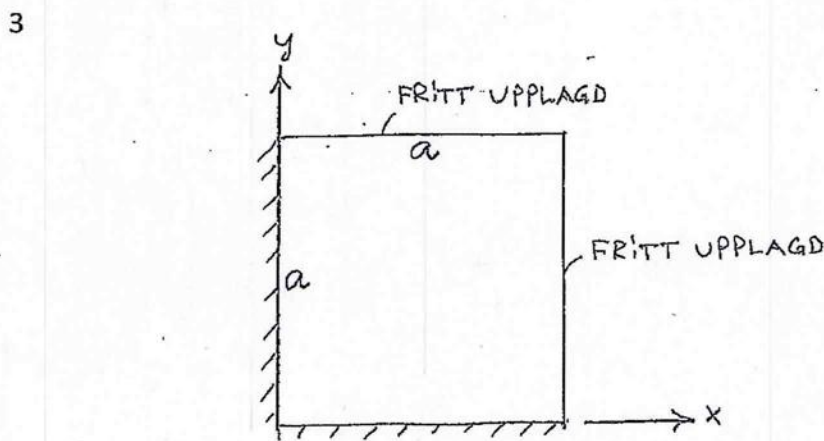


Vilket problem löser spänningsfunktionen  $\Phi = (3F/(4c))(xy - xy^3/(3c^2)) + \sigma_0 y^2/2$  (5p)

2 En cirkulär platta (radie a, plattstyvhet D, Poissons tal  $\nu$ ) är fast inspänd på ytterranden.

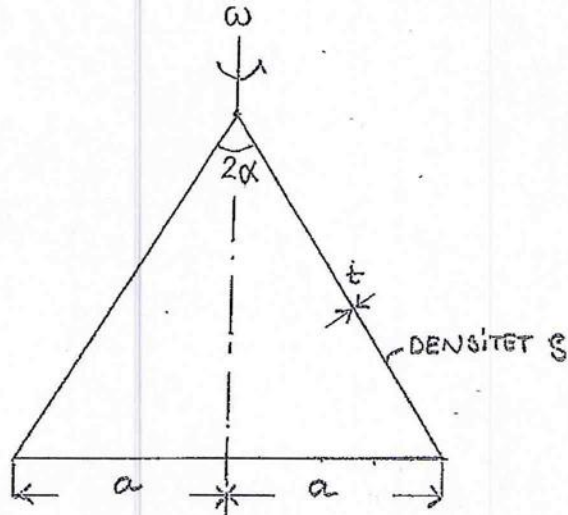


Bestäm med elementarfall reaktionskraften på stödet i mitten om detta förskjuts i vertikal led stycket  $\Delta$ . (5p)



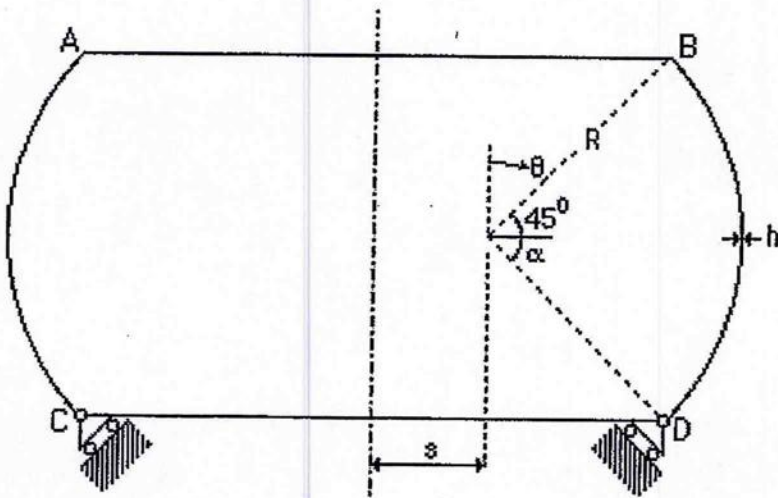
En kvadratisk platta (axa) är fast inspänd på två ränder och fritt upplagd på de två andra enligt figuren ovan. Föreslå en ansats  $w(x,y)$  som uppfyller de geometriska randvillkoren. Ledning: prova ett polynom. (5p)

4 En cirkulär kon enligt figur en nedan roteras runt sin symmetriaxel med vinkelhastigheten  $\omega$ .



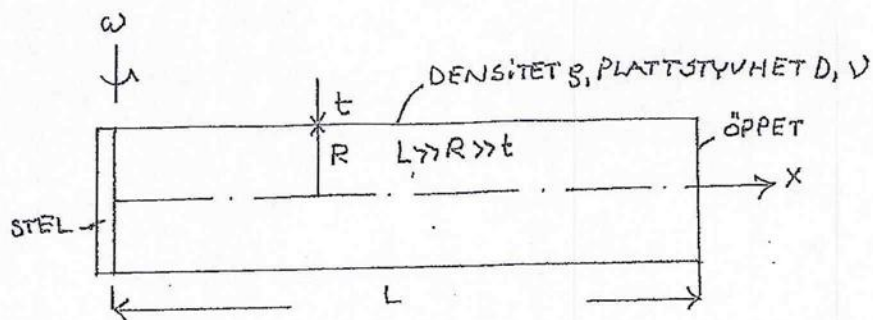
Bestäm membrantillståndet dvs  $N_\phi$  och  $N_\theta$ . (5p)

5 Ett rotationssymmetriskt skal enligt figuren nedan belastas med ett inre övertryck  $p$ . Randen A – B är fri och skalet är öppet på över – och undersidan. Hur man då åstadkommer ett inre övertryck är inget  $N_i$  behöver bry  $E_r$  med.



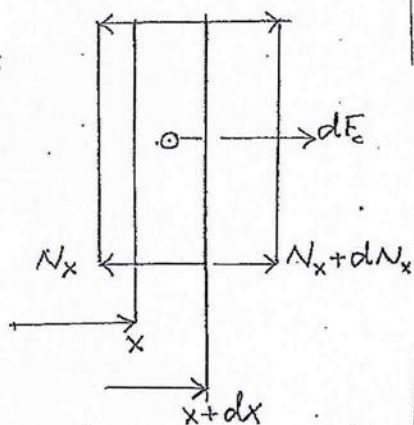
$N_i$  ska **inte** bestämma membrantillståndet utan bara ange följande storheter:  
 $a$ ,  $r_\phi$ ,  $r_\theta$ ,  $p_z$ ,  $p_\theta$  samt det randvillkor som behövs för att bestämma den integrationskonstant som dyker upp. Notera att detta är det **enda**  $N_i$  skall göra här. (5p)

6 Ett långt, tunnväggigt och i ena änden öppet rör roterar med vinkelhastigheten  $\omega$  kring en vertikal axel i den andra änden enligt figuren



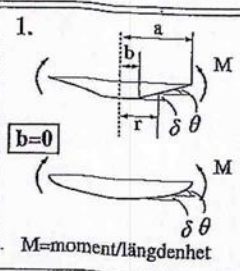
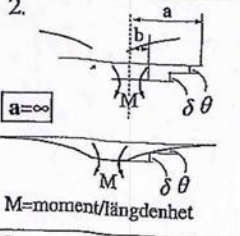
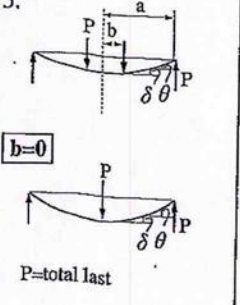
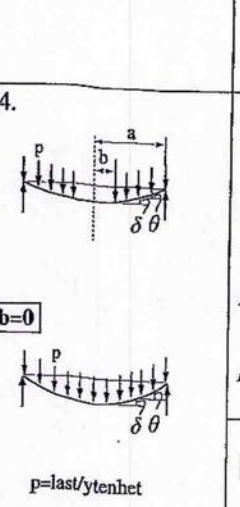
Bestäm  $\sigma_x(0)$

Ledning: studera figuren:  
Vad är  $dm$  och  $dF_c$ .

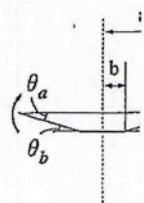
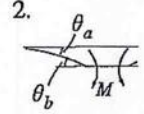
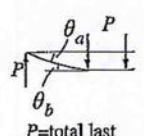
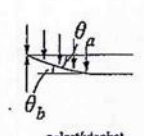


(5p)

Tabell 32.5 Elementarfall för böjning av cirkel(ring)plattor. Vid ränderna kan speciellt för  $\nu = 0.3$  nedböjningar, vinkeländringar och moment erhållas med hjälp av Tabell 32.6 och Figur 32.1.

Belastningsfall	Utböjning $\delta$ Vinkeländring $\theta$ $a=b$	Mom. i tangentiaktn. $M_r$ Mom. i radiens riktn. $M_\phi$ $\rho = r/b$	$D = \frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)}$
1.  $b=0$ M=moment/längdenhet	$\delta(\rho) = \frac{Ma^2}{(\alpha^2-1)D} \left( \frac{\rho^2-1}{2(1+\nu)} + \frac{\ln \rho}{1-\nu} \right)$ $\theta(\rho) = \frac{aMa}{(\alpha^2-1)D} \left( \frac{\rho}{1+\nu} + \frac{1}{(1-\nu)\rho} \right)$ $M_r(\rho) = \frac{\alpha^2 M}{\alpha^2-1} \left( 1 - \frac{1}{\rho^2} \right) \quad M_\phi(\rho) = -\frac{\alpha^2 M}{\alpha^2-1} \left( 1 + \frac{1}{\rho^2} \right)$	$\delta(r) = \frac{Mr^2}{2D(1+\nu)}$ $\theta(r) = \frac{Mr}{D(1+\nu)}$ $M_r(r) = -M$ $M_\phi(r) = -M$	
2.  $a=\infty$ M=moment/längdenhet	$\delta(\rho) = \frac{Ma^2}{(\alpha^2-1)D} \left( \frac{\rho^2-1}{2\alpha^2(1+\nu)} + \frac{\ln \rho}{1-\nu} \right)$ $\theta(\rho) = \frac{aMa}{(\alpha^2-1)D} \left( \frac{\rho}{\alpha^2(1+\nu)} + \frac{1}{(1-\nu)\rho} \right)$ $M_r(\rho) = \frac{M}{\alpha^2-1} \left( \frac{\alpha^2}{\rho^2} - 1 \right) \quad M_\phi(\rho) = \frac{-M}{\alpha^2-1} \left( \frac{\alpha^2}{\rho^2} + 1 \right)$	$\delta(r) = \frac{Mb^2 \ln \rho}{D(1-\nu)}$ $\theta(\rho) = \frac{Mb}{D(1-\nu)} \cdot \frac{1}{\rho}$ $M_r(\rho) = \frac{M}{\rho^2} \quad M_\phi(\rho) = \frac{-M}{\rho^2}$	
3.  $b=0$ P=total last	$\delta(\rho) = \frac{Pa^2}{8\pi D} \left[ \frac{2 \ln \alpha}{\alpha^2-1} \left( \frac{1+\nu}{1-\nu} \ln \rho + \frac{\rho^2-1}{2} \right) + \frac{\rho^2-1}{2\alpha^2} \cdot \frac{3+\nu}{1+\nu} - \frac{\rho^2 \ln \rho}{\alpha^2} \right]$ $\theta(\rho) = \frac{aPa}{4\pi D \rho} \left[ \frac{\ln \alpha}{\alpha^2-1} \left( \frac{1+\nu}{1-\nu} + \rho^2 \right) + \frac{\rho^2}{\alpha^2} \left( \frac{1}{1+\nu} - \ln \rho \right) \right]$ $M_r(\rho) = \frac{-P(1+\nu)}{4\pi} \left[ \frac{\alpha^2 \ln \alpha}{\alpha^2-1} \left( 1 - \frac{1}{\rho^2} \right) - \ln \rho \right]$ $M_\phi(\rho) = \frac{-P(1+\nu)}{4\pi} \left[ \frac{\alpha^2 \ln \alpha}{\alpha^2-1} \left( 1 + \frac{1}{\rho^2} \right) - \ln \rho + \frac{1-\nu}{1+\nu} \right]$	$\delta = \frac{Pr^2}{8\pi D} \left( \ln \frac{a}{r} + \frac{3+\nu}{2(1+\nu)} \right)$ $\theta = \frac{Pr}{4\pi D} \left( \ln \frac{a}{r} + \frac{1}{1+\nu} \right)$ $M_r = \frac{P(1+\nu)}{4\pi} \ln \frac{r}{a}$ $M_\phi = \frac{-P(1+\nu)}{4\pi} \left( \ln \frac{a}{r} + \frac{1-\nu}{1+\nu} \right)$	
4.  $b=0$ p=last/ytenhet	$\delta(\rho) = \frac{pb^2 a^2}{16D} \left[ \left( \frac{3+\nu}{1+\nu} - \frac{4 \ln \alpha}{\alpha^2-1} \right) \left( \frac{1+\nu}{1-\nu} \ln \rho + \frac{\rho^2-1}{2} \right) - \frac{\rho^2-1}{2\alpha^2} \left( \frac{3+\nu}{1+\nu} + \frac{\rho^2+1}{2} \right) \right] - 2 \frac{\rho^2}{\alpha^2} \ln \rho$ $\theta(\rho) = \frac{pba^2}{16D\rho} \left[ \left( \frac{3+\nu}{1+\nu} - \frac{4 \ln \alpha}{\alpha^2-1} \right) \left( \frac{1+\nu}{1-\nu} + \rho^2 \right) - \frac{\rho^2}{\alpha^2} \left( \frac{1-\nu}{1+\nu} + \rho^2 - 4 \ln \rho \right) \right]$ $M_r(\rho) = \frac{-pb^2(1+\nu)}{4} \left[ \frac{\rho^2-1}{\rho^2} \left( \frac{3+\nu}{4(1+\nu)} (a^2 - \rho^2) - \frac{a^2 \ln \alpha}{\alpha^2-1} \right) + \ln \rho \right]$ $M_\phi(\rho) = \frac{-pb^2(1+\nu)}{4} \left[ \frac{\rho^2+1}{\rho^2} \left( \frac{3+\nu}{4(1+\nu)} (a^2 + \rho^2) - \frac{a^2 \ln \alpha}{\alpha^2-1} \right) + \ln \rho - \rho^2 - \frac{1-\nu}{1+\nu} \right]$	$\delta(r) = \frac{pa^2 r^2}{32D} \left( \frac{3+\nu}{1+\nu} - \frac{r^2}{2a^2} \right) \quad M_r(r) = \frac{p(3+\nu)}{16} (a^2 - r^2)$ $\theta(r) = \frac{pa^2 r}{16D} \left( \frac{3+\nu}{1+\nu} - \frac{r^2}{a^2} \right) \quad M_\phi(r) = \frac{-p}{16} [a^2(3+\nu) - r^2(1+3\nu)]$	

Tabell 32.6 Ele  
E=elasticitetsm  
 $A_\delta, A_{\theta a}, \dots, D_M$   
av spänningarr

Belastningsfall
1.  M=moment/li
2.  P=total last
3.  P=total last
4.  p=last/ytenhet