



### Försättsblad Prov Original

Kurskod	Provkod	Tentamensdatum
M A 1 1 8 G	T 1 0 0	2 0 1 8 - 0 3 - 2 2
Kursnamn	Matematik GR (A), Analys för ingenjörer	
Provnamn	Tentamen	
Ort	Sundsvall	
Termin	V18	
Ämne	Matematik	

Skriptid: 5 timmar

Hjälpmedel: Matematisk formelsamling (Upplaga 4) samt godkänd, ej symbolhanterande miniräknare.

Till alla uppgifter skall fullständiga lösningar lämnas. Resonemang, ekvationslösningar och uträkningar får inte vara så knapphändiga att de blir svåra att följa. En uppgift per blad, skriv endast på en sida.

Betyg sätts efter hur väl lärandemålen är uppfyllda. Riktvärden för betygen är A 22 p, B 18 p, C 14 p, D 10 p och E 9 p.

1. Beräkna följande gränsvärden.

a)  $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2 - 3x - 4}{16 - x^2}$  (1 p)

b)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\sin(x + \pi)}$  (1 p)

c)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{3x^2 - 2x}{1 + x} - 3x \right)$  (1 p)

Gränsvärdesberäkningarna ska baseras på de gränsvärdesregler och standardgränsvärden som ingår i kursen.

2. a) Låt  $f(x) = 1 + 2e^{3x}$ . Beräkna  $(f^{-1})'(3)$ . (1 p)

b) Beräkna arean av den triangel som bildas av tangenten till kurvan  $y = 1/x$  i punkten  $(1/3, 3)$  och de två koordinataxlarna. (1,5 p)

c) På vilka intervall är funktionen

$$f(x) = \frac{x}{x^2 - 5x + 4}$$

växande? (1,5 p)

3. Bestäm alla primitiva funktioner till funktionerna nedan.

a)  $f(x) = \frac{x + 2}{x^2 - 2x}$  (1,5 p)

b)  $g(x) = \frac{2 - x}{\sqrt{4 - x^2}}$  (1,5 p)

4. Betrakta funktionen  $f(x) = x^5 - x^3$  för  $-1 \leq x \leq 1$ . Hur många extrempunkter har funktionen  $f$ ? Bestäm extrempunkterna och avgör om de är (lokala) max- eller minpunkter. Vilket är funktionens maximala värde? (3 p)

5. Funktionen  $y$  uppfyller differentialekvationen  $y' = y^2$  med begynnelsevärdet  $y(1) = 2$ . Beräkna funktionsvärdet  $y(0)$ . (2 p)

6. Beräkna följande integraler.

a)  $\int_0^1 \frac{x^3}{x+1} dx$  (1,5 p)

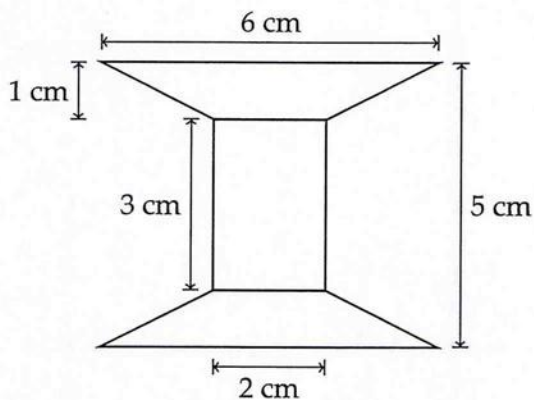
b)  $\int_0^\pi \sin^3(x) dx$  (1,5 p)

7. Lös följande differentialekvationer.

a)  $2y'' + 9y' - 5y = 2 \sin(x)$  (2 p)

b)  $(1 + x^2)y' = 1 - y$  (1,5 p)

8. När en viss tråd produceras lindas den upp på en cirkulär spole av plast innan den går till försäljning. I figuren nedan visas ett tvärsnitt av en sådan spole.



Hur stor volym plast består spolen av?

(2,5 p)

Lycka till!