Mittuniversitetet
MID SWEDEN UNIVERSITY

Försättsblad Prov Original

Kurskod	Provkod	Tentamensdatum
MA134G	Ö100	2018-03-23

Kursnamn	Matematik GR (A), Envariabelanalys 2
Provnamn	Tentamen
Ort	Östersund
Termin	V18
Ämne	Matematik

8982538474

0027010

Mittuniversitetet

MID SWEDEN UNIVERSITY

Tentamen i Envariabelanalys 2, 7,5 hp, 2018-03-23

Kurskod: MA134G
Skrivtid: 5 timmar
Hjälpmedel: Grafritande räknare som ej är symbolhanterande samt Matematisk formelsamling, upplaga 4.
Lärare: Lotta Flodén, Pernilla Jonasson

Till alla uppgifter skall fullständiga lösningar lämnas. En uppgift per blad, skriv endast på en sida. Betyg sätts efter hur väl lärandemålen är uppfyllda. Riktvärde för betygen är: A 22p, B 18p, C 14p, D 10p, E 9p. Aspektuppgiften, markerad A, kan höja betyget om den utförs väl med god motivering.

OBS! Studenter med godkänt resultat på duggan hoppar över uppgift 1.

1. a) Bestäm $\int xe^x \, dx$. (0,5p)

   b) Beräkna $\int_0^{\pi/6} \cos(2x)\, dx$. (1p)

   b) Bestäm $\int \dfrac{2x^3+x^2-3x+2}{x-1} dx$. (1,5p)

2. a) Bestäm Taylorpolynomet av ordning 2 kring $x=\dfrac{\pi}{2}$ för $f(x)=x\cos(x)$. (1,5p)

   b) Ekvationen $2x^3y-3xy^2=10$ definierar en kurva i planet som går genom punkten $(2,1)$. Beräkna lutningen hos kurvan i denna punkt. (1,5p)

3. a) Beräkna volymen av den kropp som uppstår då området mellan kurvan $y=e^x+1$, linjen $x=1$ samt positiva x- och y-axeln roterar kring x-axeln. (1,5p)

   b) Beräkna båglängden av parameterkurvan

$$\begin{cases} x(t)=1+2t^{3/2} \\ y(t)=1+2t \end{cases}, \qquad 0 \le t \le 2.$$ (1,5p)

4. a) Avgör huruvida serien $\sum_{k=1}^{\infty} \dfrac{4^k}{5^k-1000}$ konvergerar eller divergerar. (1p)

   b) Avgör huruvida serien $\sum_{k=1}^{\infty} \dfrac{3}{3k^2+1}$ konvergerar eller divergerar. (1p)

Vänd!

5. a) Lös differentialekvationen $y'' - 4y' + 13y = 26x + 31$. (1,5p)
   b) Lös begynnelsevärdesproblemet $y' + (4x+2)y = 2x+1, \; y(0) = 1$. (1,5p)
   c) Lös differentialekvationen $(x^2 - 3x)y' = y^2 - 2y + 1, \quad x > 3$. (2p)

6. a) Skissa kurvan $r = 2 + 4\sin(\theta)$. (0,5p)
   b) Beräkna arean av det område som begränsas av den mindre loopen given av $r = 2 + 4\sin(\theta)$. (1,5p)

   Tips: Arean A hos området mellan $r = r(\theta)$, $\theta = \alpha$ och $\theta = \beta$ ges enligt formeln

$$A = \frac{1}{2}\int_{\alpha}^{\beta} (r(\theta))^2 \, d\theta.$$

7. Per-Jon och Lotten föder upp en exklusiv fågelart, Matematikus Storkus, på en isolerad ö långt ute i havet. Eftersom Per-Jon och Lotten är väldigt måna om sina fåglar för de noggrann statistik på hur många som kläcks och hur många som dör varje år. De har kommit fram till att 42 % av alla fåglar dör varje år och att det kläcks 2200 fåglar per år. De tycker att det låter som att en hög andel av fåglarna dör och undrar förstås om fågelarten kommer dö ut eller inte. Som fågeluppfödare är det viktigt med matematikkunskaper, vilket Per-Jon och Lotten har. De ställer upp situationen matematiskt och räknar ut vad som händer med fågelpopulationen efter oändligt många år. Vad kommer de fram till, om det fanns 5000 fåglar då de började räkna? (2p)

8. Betrakta det område som ges av kurvan $y = \dfrac{\ln(x)}{x^{5/4}}$, positiva x-axeln och negativa y-axeln.
   a) Beräkna, om möjligt, arean av det betraktade området. (2p)
   b) Låt nu det betraktade området rotera kring y-axeln. Beräkna, om möjligt, volymen av den uppkomna rotationskroppen. (2p)

   Tips! Standardgränsvärdet $\lim\limits_{x \to 0^+} x^k \ln x = 0$ om $k > 0$ kan vara användbart här.

Uppgift A

Låt a och b vara reella tal. Visa att om y_P är en partikulärlösning (vilken som helst) till

$$y'' + ay' + by = f(x) \qquad (*)$$

och y_H den allmänna lösningen till

$$y'' + ay' + by = 0$$

så gäller att $y_H + y_P$ är den allmänna lösningen till (*).

Tips! Du kan visa detta i två steg. Visa först att $y_H + y_P$ är en lösning till (*) och visa sedan att det inte finns någon annan möjlig lösning än just $y_H + y_P$.

Lycka till!