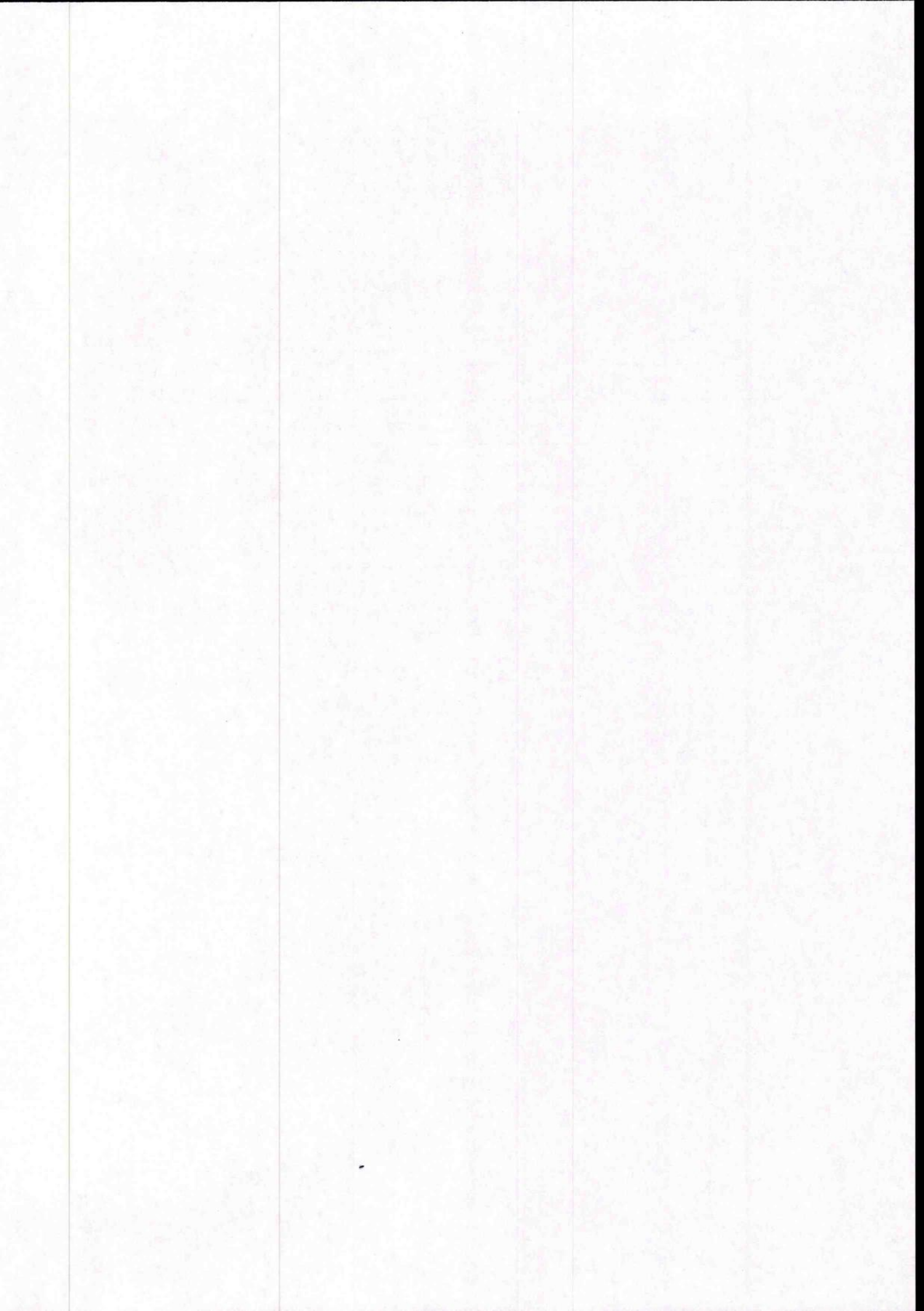




### Försättsblad Prov Original

Kurskod	Provkod	Tentamensdatum
M A 1 2 8 G	T 1 0 0	2 0 1 8 - 0 4 - 0 3
Kursnamn	Matematik GR (A), Algebra med funktionslära	
Provnamn	Tentamen	
Ort	Sundsvall	
Termin	V18	
Ämne	Matematik	



*Skrivtid:* 5 timmar

*Hjälpmedel:* Matematisk formelsamling (Upplaga 4) samt godkänd, ej symbolhanterande miniräknare.

Till alla uppgifter skall fullständiga lösningar lämnas. Resonemang, ekvationslösningar och uträkningar får inte vara så knapphändiga att de blir svåra att följa. En uppgift per blad, skriv endast på en sida.

Betyg sätts efter hur väl lärandemålen är uppfyllda. Riktvärden för betygen är A 22 p, B 18 p, C 14 p, D 10 p och E 9 p. Aspektuppgiften, markerad A, kan höja betyget om den utförs väl med god motivering.

1. Fullständiga uträkningar krävs till följande uppgifter, det räcker ej att endast ange svaret.

(a) Lös  $4x^2 + 16x = -15$ .

- (b) Förenkla följande uttryck så mycket som möjligt:

$$\frac{16^{3n/4} \cdot 2^{2n-1}}{8^{5n/3}}$$

(c) Lös ekvationen  $(x+2)(3x-5)(11-7x) = 0$ .

- (d) Förenkla följande uttryck så mycket som möjligt:

$$\frac{b^2 - 2ab}{a^2 - ab} + \frac{a}{a - b}$$

(1 p)

2. Bestäm alla reella lösningar till följande olikheter:

(a)  $\frac{3}{x-1} < \frac{2}{x}$ ;

(2 p)

(b)  $|5x+7| < 12$ .

(1 p)

3. Bestäm alla reella lösningar till följande ekvationer:

(a)  $\sqrt{2x+3} - 2x = 1$ ;

(1 p)

(b)  $\cos(2x - \frac{\pi}{3}) = \frac{1}{\sqrt{2}}$ ;

(1,5 p)

(c)  $4 \ln(x) = -3 + \ln(2x)$ ;

(1,5 p)

(d)  $12x^3 + 32x^2 - 19x - 60 = 0$ .

(2 p)

4. (a) Skriv uttrycket

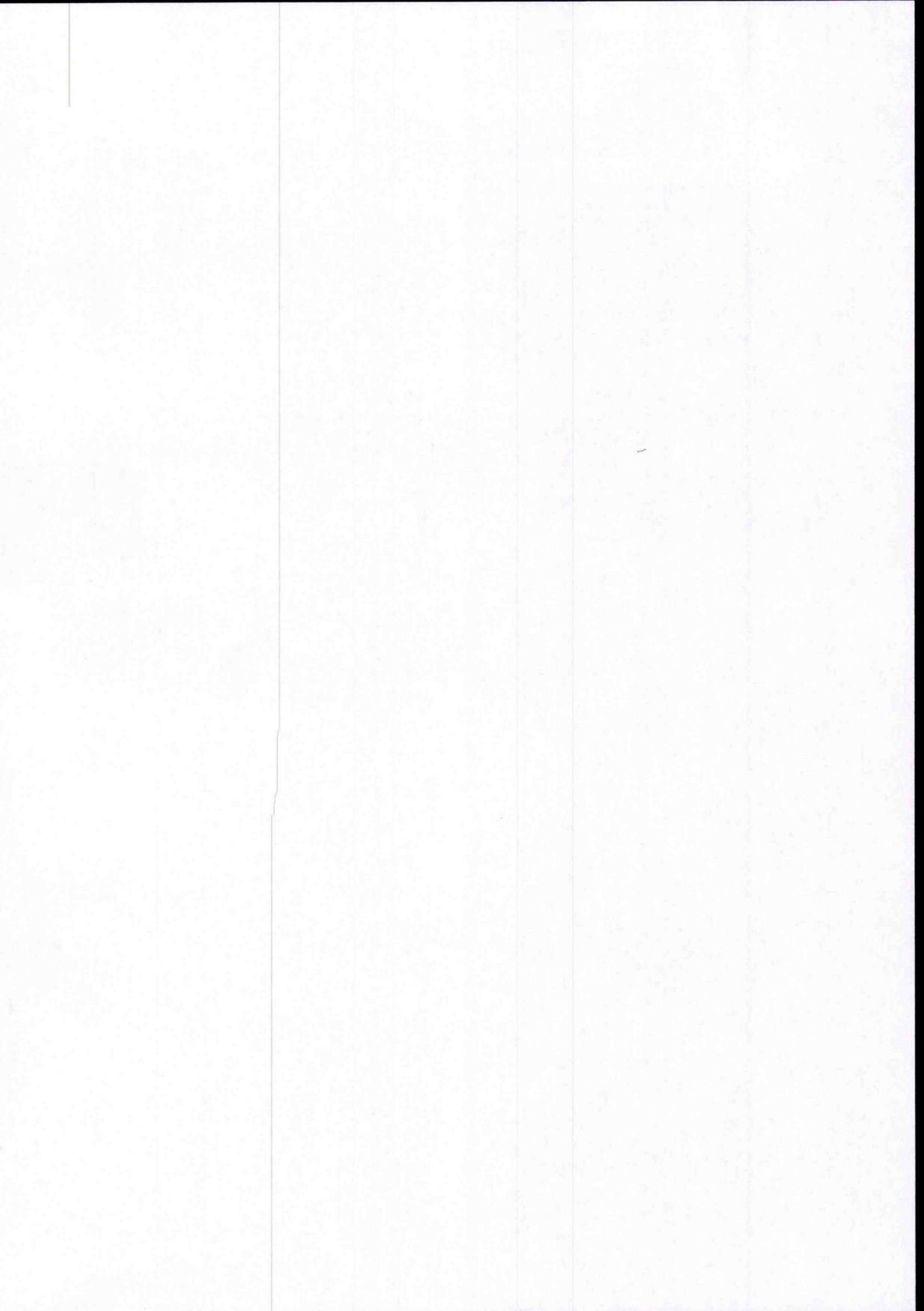
$$\frac{1}{7} - \frac{1}{9} + \frac{1}{11} - \frac{1}{13} + \frac{1}{15} - \frac{1}{17} + \frac{1}{19}$$

med hjälp av ett summatecken ( $\Sigma$ ).

(1 p)

(b) Beräkna summan  $\sum_{k=3}^{16} \frac{1}{2^k}$ .

(1 p)



5. Betrakta mängderna  
 $A = \{x \in \mathbb{Z} : x^2 - 2x - 15 < 0\}$ ,  
 $B = \{2^n : n \in \mathbb{Z}\}$ ,  
 $C = \{x : \log_2 x \in A\}$ .  
 Bestäm följande mängder:

- (a)  $A$ ;  
 (b)  $A \setminus B$ ;  
 (c) Potensmängden  $P(A \cap B)$ ;  
 (d)  $C$ .

Visa dina uträkningar. (2 p)

6. (a) Primtalsfaktorisera heltalet 30744. Visa dina uträkningar! (1 p)  
 (b) Bestäm största gemensamma delaren SGD(30744, 9636). Visa dina uträkningar! (1 p)  
 (c) Visa för alla heltal  $a$  och  $b$  att om  $a|b$  och  $a|c$  så gäller att  $a^2|bc$ . (1 p)

7. (a) Skriv komplexa talet

$$\frac{2 + 7i}{(1 - 2i)(i + 3)}$$

på formen  $a + ib$ , där  $a, b \in \mathbb{R}$ . (1 p)

- (b) Låt  $z = 5 + 12i$  och  $w = 13i$ . Bestäm  $|\frac{z^5}{w^4}|$ . (1,5 p)

- (c) Ekvationen  $z^4 - 4z^3 - z^2 + 10z - 150 = 0$  har en rot  $z = 1 - 3i$ . Lös ekvationen fullständigt. (1,5 p)

8. Låt  $f : D_f \rightarrow \mathbb{R} \setminus \{3\}$ , där  $f(x) = \frac{3x-1}{x+2}$  och definitionsmängden  $D_f$  är största möjliga delmängd av  $\mathbb{R}$ .

- (a) Bestäm  $D_f$ . (0,5 p)

- (b) Givet är att  $f(x)$  är surjektiv. Visa att  $f(x)$  även är injektiv och alltså har en invers  $f^{-1}$ . (1 p)

- (c) Bestäm  $f^{-1}(x)$  samt ange dess definitionsmängd  $D_{f^{-1}}$  och värdemängd  $V_{f^{-1}}$ . (1,5 p)

- A. Visa med ett induktionsbevis att

$$\sum_{k=1}^n (k^2 + 3k) = \frac{n^3 + 6n^2 + 5n}{3}$$

för alla heltal  $n \geq 1$ .

Lycka till!

