



Försättsblad Prov Original

Kurskod	Provkod	Tentamensdatum
M A 1 3 4 G	Ö 1 0 0	2 0 1 8 - 0 6 - 1 1
Kursnamn	Matematik GR (A), Envariabelanalys 2	
Provnamn	Tentamen	
Ort	Östersund	
Termin	V18	
Ämne	Matematik	

Tentamen i Envariabelanalys 2 (7,5hp)

2018-06-11 kl. 08.00-13.00

Riktvärden för betygsgränser (gäller förutsatt att lärandemålen är uppfyllda):

E: 9p D: 10p C: 14p B: 18p A: 22p (Max: 24p)

Skriv tydliga och utförliga lösningar till alla uppgifter. En uppgift per blad, skriv endast på en sida. Betyg sätts efter hur väl lärandemålen är uppfyllda. Aspektuppgiften, markerad A, kan höja betyget om den utförs väl med god motivering.

Hjälpmedel: Miniräknare (ej symbolhanterande) samt Matematisk formelsamling, upplaga 4.

OBS! Studenter med godkänt resultat på duggan hoppar över uppgift 1.

1.
 - a) Derivera $f(x) = x^3 \sin(x^2) - e^{2x+1}$ (1p)
 - b) Bestäm $\int \frac{1}{2x} dx$. (1p)
 - c) Bestäm lutningen till kurvan $x - x^2y + x^3y^2 = -7$, som ligger i xy -planet, i punkten $(-1,2)$. (1p)

2.
 - a) Bestäm $\int_1^e x^4 \ln x dx$. (1p)
 - b) Bestäm $\int \frac{1}{(x+2)(x+3)} dx$. (1p)
 - c) Beräkna, om möjligt, den generaliserade integralen $\int_0^1 \frac{e^x}{e^x-1} dx$. (1p)

3. Beräkna volymen av den kropp som uppkommer då området mellan kurvan
$$y = f(x) = e^x, \quad 0 \leq x \leq 1,$$
och positiva x -axeln
 - a) roterar runt x -axeln. (1,5p)
 - b) roterar runt y -axeln. (1,5p)

4. Rita parameterkurvan

$$\begin{aligned}x(t) &= 3t^2 \\ y(t) &= 2t^3\end{aligned}$$

för $0 \leq t \leq 1$ och beräkna dess längd. (2p)

5. Rita kurvan

$$r = \theta^2, \quad 0 \leq \theta \leq 3\pi$$

och beräkna arean av den yta som denna kurva innesluter mellan avsnittet av kurvan som fås för $0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$ och $2\pi \leq \theta \leq \frac{5\pi}{2}$. r och θ är polära koordinater.

(Tips: Arean A hos området mellan $r = r(\theta)$, $\theta = \alpha$ och $\theta = \beta$ ges enligt

$$\text{formeln } A = \frac{1}{2} \int_{\alpha}^{\beta} (r(\theta))^2 d\theta. \quad (2,5p)$$

6. Lös differentialekvationerna

a) $y' + 4x^3y = 2xe^{-x^4}$ (1p)

b) $y' + \frac{1}{x}y^3 = 0$, $y(e) = 1$. (1,5p)

c) $y'' + y' - 2y = 4e^x$. (2p)

7. a) Avgör om serien $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{k}{(4k+1)k!}$ konvergerar eller divergerar. (1p)

b) Avgör om serien $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{\ln k}{k}$ konvergerar eller divergerar. (1p)

c) För vilka värden på c konvergerar serien $\sum_{k=1}^{\infty} (\sin c)^k$? (1,5p)

8. a) Bestäm Maclaurinpolynomet av ordning 2 till funktionen $f(x) = e^{x^2}$. (1p)

b) Hur många termer behöver det finnas med i Maclaurinpolynomet till $f(x) = e^{x^2}$ för att skillnaden mellan det riktiga värdet på $f(0,5)$ och polynomets approximation ska vara mindre än 0,01. Du får använda miniräknare för att beräkna $f(0,5)$. (1,5p)

Uppgift A

En antilop som står och betar får syn på ett lejon och börjar springa. Antilopen springer med farten

$$\frac{\cos^2(ky(x))}{k},$$

där $k > 0$ är en konstant, när den tillryggalagt y km efter x minuter. På en minut hinner antilopen 1400 m. Hur långt har den hunnit efter två minuter?

Lycka till!