Mittuniversitetet
MID SWEDEN UNIVERSITY

Försättsblad Prov Original

Kurskod	Provkod	Tentamensdatum
ET079G	T102	2018-06-15

Kursnamn	Elektroteknik GR (C), Signalteori
Provnamn	Tentamen
Ort	Sundsvall
Termin	V18
Ämne	Elektroteknik

Mittuniversitetet

MID SWEDEN UNIVERSITY

Avdelningen för Informationssystem och -teknologi
Mårten Sjöström, Tel: 010-142 8836
Email: marten.sjostrom@miun.se

Tentamen
ET079G Signalteori

Datum 2018-06-15
Skrivtid 5 timmar
Preliminära betygsgränser: 50%: E, 60%: D, 70%: C, 80%: B, 90%: A
Tentamen består av fyra uppgifter med maximalt 10 poäng för varje uppgift.

Tillåtna hjälpmedel:

- Papper, penna, radergummi
- Kursboken : *Signalteori* av P. Händel, R. Ottoson, H. Hjalmarsson (inga andra separata papper eller annat kursmaterial är tillåtet),
- Formelsamling: Beta Mathematics Handbook (eller liknande med tillstånd)
- Formelsamling i signalbehandling (KTH)
- Matematisk formelsamling (MIUN) som finns att köpa i Servicecenter
- INGEN miniräknare tillåten

Anvisningar:

- Skriv tydligt. Varje uppgift med deluppgifter (a, b, etc.) ska presenteras på ett eget blad.
- Varje steg i lösningen måste motiveras.

---

1) Låt $X(n)$ och $Y(n)$ vara två simultant svagt stationära stokastiska processer som båda har medelvärde noll och autokorrelationsfunktionerna

$$r_X(k) = 0.8^{|k|}$$

och

$$r_Y(k) = 0.6^{|k|}.$$

Korskorrelationsfunktionen är

$$r_{XY}(k) = E\{X(n+k)Y(n)\} = \begin{cases} 0.2^k, & k \geq 0, \\ 0, & k < 0. \end{cases}$$

a) Bestäm autokorrelationsfunktionen $r_Z(k)$ för

$$Z(n) = X(n) + Y(n)$$

(7p)

b) Bestäm effektspektrumet för $Z(n)$ (Förenkling inte nödvändig.) (3p)

2) Mats har skattat en autokorrelationsfunktion för en svagt stationär stokastisk process $X(n)$ och har fått följande värden:

$$\hat{r}_X(k) \approx \begin{cases} 1.00 & k = 0 \\ 0.00 & k = \pm 1 \\ ? & k = \pm 2 \\ 0.00 & annars \end{cases}$$

där ? markerar ett saknat värde.

a) Vilka värden är rimliga för det saknade värdet? Undersök det genom att beakta funktionen

$$r(k) = \begin{cases} 1 & k = 0 \\ 0 & k = \pm 1 \\ a & k = \pm 2 \\ 0 & annars \end{cases}$$

Vilka värden på a resulterar in en giltig autokorrelationsfunktion $r(k)$? (5p)

b) Mats vill beskriva $X(n)$ som en MA(2)-process, dvs

$$X(n) = b_0 W(n) + b_1 W(n-1) + b_2 W(n-2)$$

där $W(n)$är ett vitt brus med varians $\sigma_W^2 = 1$. Vi kan anta att $b_0 > 0$.

Bestäm b_0, b_1, och b_2 som funktioner av a i ekvationen ovan. (5p)

3) En samplad spänningssignal modelleras som en gaussisk stationär stokastisk process med medelvärde noll och varians 1. De samplade värdena antas vara oberoende av varandra. Signalen passerar ett filter med impulssvaret

$$h(n) = \begin{cases} 1 & n = 0 \\ -0.8 & n = 1 \\ 0 & annars \end{cases}$$

Bestäm sannolikheten att absolutbeloppet på utsignalen vid godtycklig tidpunkt är större än 1. (10p)

4) Systemet i figuren nedan används till att skapa en tidskontinuerlig stokastisk process $Y(t)$ från den tidsdiskreta stokastiska processen $X(n)$. $Y(t)$ samplas sedan för att bilda $\hat{X}(n)$. Processen $X(n)$ är svagt stationär med medelvärde noll och effektspektrum $R_X(\nu)$ enligt figuren. Den stokastiska variabeln Θ är likformigt fördelad över intervallet $[0, T]$. I pulsamplitudmodulationen används en puls $p(t)$ med Fouriertransformen $P(f) = \mathcal{F}\{p(t)\}$ enligt figuren. Eftersom denna pulsform inte är ideal, kommer det att bli ett rekonstruktionsfel med medeleffekt

$$P_\epsilon = E\left[\left(\hat{X}(n) - X(n)\right)^2\right]$$

Bestäm denna feleffekt. (10p)