Mittuniversitetet
MID SWEDEN UNIVERSITY

Försättsblad Prov Original

Kurskod	Provkod	Tentamensdatum
MA072G	Ö100	2018-06-14

Kursnamn	Matematik GR (A), Tillämpad matematik och matematisk stat...
Provnamn	Tentamen
Ort	Östersund
Termin	V18
Ämne	Matematik

MA072G

Mittuniversitetet
Avdelningen för matematik och ämnesdidaktik
Marianne Olsson Lindberg

Tentamen i Tillämpad matematik och matematisk statistik (7,5hp)

2018-06-14 kl. 08.00-13.00

Betyg sätts efter hur väl lärandemålen är uppfyllda. Riktvärde för betygen är: A 22p, B 18p, C 14p, D 10p, E 9p (Max: 24p)
Aspektuppgiften, markerad A, kan höja betyget om den utförs väl.
Skriv tydliga och utförliga lösningar till alla uppgifter.
Hjälpmedel: Officiell formelsamling för Mittuniversitetets matematikkurser, bifogade formelblad samt miniräknare (ej symbolhanterande).

---

1. Bestäm derivatan till funktionerna.

   a) $f(x)=3e+3x^5-\ln 2x$ b) $f(x)=\dfrac{e^x+x}{\ln x}$ c) $f(x)=2e^{3x-x^2}$ (3p)

2. Beräkna följande integraler med hjälp av primitiva funktioner:

   a) $\displaystyle\int_1^3\left(\frac{x^2}{4}+\frac{4}{x^2}\right)dx$ b) $\displaystyle\int_0^4\left(e^{2x}-x^{\frac{3}{2}}\right)dx$ (2p)

   c) Bestäm den primitiva funktion F till $f(x)=3x^2+\dfrac{1}{x^2}$ som uppfyller villkoret $F\left(\dfrac{1}{2}\right)=\dfrac{1}{8}$. (1p)

3. Givet är funktionen $f(x)=x^2e^x$. Bestäm alla stationära punkter till f. Avgör även vilka typer av punkter du hittat. Använd om möjligt andraderivatan för att göra detta. (3p)

4. Aktierna i en IT-fond hade vid ett tillfälle ett sammanlagt värde av 1,20 miljarder kr. Vid en nedgång av aktiernas värde förlorar fonden y miljoner kr/dag i värde, där $y=20e^{-0,15x}$ och x är antalet dagar sedan aktierna började sjunka i värde.

   a) Beräkna $\displaystyle\int_0^7 20e^{-0,15x}\,dx$ och beskriv vad du beräknat. (1,5p)

   b) Efter hur lång tid har fonden fallit i värde med 100 miljoner, d.v.s. är värd 1,10 miljarder, om aktierna fortsätter att falla i värde? (1,5p)

5. Vid en undersökning av antalet ägda fordon hos 40 hushåll fick man följande resultat:

Ägda fordon	Antal hushåll
0	2
1	18
2	11
3	4
4	3
5	2

a) Rita ett stolpdiagram samt bestäm typvärde och variationsbredd. (1,5p)
b) Beräkna median, medelvärde och standardavvikelse för materialet. (2p)

6. Givet är funktionen nedan.

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{x^3}{2}+\dfrac{1}{2} & -1\le x\le 1\\ 0 & \text{för övrigt}\end{cases}$$

a) Kontrollera att denna funktion uppfyller kraven på en frekvensfunktion. (1,5p)
b) Låt ξ vara en stokastisk variabel för vilken f är frekvensfunktion. Beräkna sannolikheten att ξ antar ett värde mellan 1/2 och 1. (1,5p)

7. Följande data ger hastigheten (i miles per timme) som den uppmätts med radar hos 10 bilar som kör längs Interstate I-15.

76 72 80 68 76 74 71 78 82 65

Antag att hastigheterna hos bilar som kör längs denna väg är normalfördelade.

a) Bestäm ett konfidensintervall med konfidensgrad 0,90 för medelhastigheten hos alla bilar som kör längs denna väg om man vet att standardavvikelsen är 5. (1,5p)
b) Antag nu att du också får veta att väntevärdet är 75 miles/timme. Hur stor är då sannolikheten att en bil har en hastighet som är högre än 80 miles/timme? (1,5p)

8. Under några dagar i juli mättes temperaturen i C° och luftfuktigheten i % vid en viss tidpunkt varje dag. Resultatet visas i tabellen nedan.

Dag	1	2	3	4	5
Temperatur, x	12,0	11,4	16,4	17,6	17,0
Luftfuktighet, y	81	78	86	88	91

a) Bestäm en regressionslinje anpassad efter dessa data. (2p)
b) Uppskatta med hjälp av a-uppgiften luftfuktigheten vid temperaturen 14 C°. (0,5p)

A. När familjen Johnson ska handla parkerar de i ett parkeringsgarage. Parkeringsavgiften består av en fast avgift på 10 kr samt en rörlig avgift på 5 kr för varje påbörjad 15-minutersperiod. Man kan anse att familjen Johnsons parkeringstid är rektangelfördelad på intervallet 20 till 60 minuter. Låt ξ vara den avgift familjen får betala. Bestäm sannolikhetsfunktionen för ξ.

Normalfördelningen

Tabellen ger sannolikheten $\Phi(x) = P(\xi \leq x)$, där $\xi \in N(0,1)$.

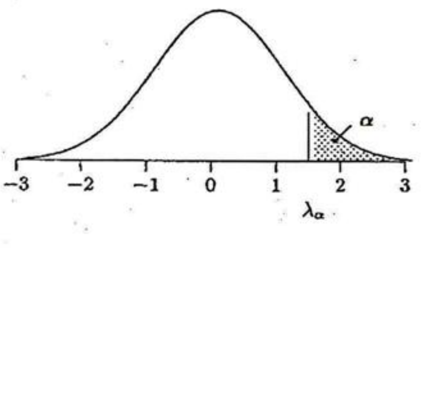
För negativa x-värden använd relationen $\Phi(-x) = 1 - \Phi(x)$.

x	.00	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08	.09
0.0	.5000	.5040	.5080	.5120	.5160	.5199	.5239	.5279	.5319	.5359
0.1	.5398	.5438	.5478	.5517	.5557	.5596	.5636	.5675	.5714	.5753
0.2	.5793	.5832	.5871	.5910	.5948	.5987	.6026	.6064	.6103	.6141
0.3	.6179	.6217	.6255	.6293	.6331	.6368	.6406	.6443	.6480	.6517
0.4	.6554	.6591	.6628	.6664	.6700	.6736	.6772	.6808	.6844	.6879
0.5	.6915	.6950	.6985	.7019	.7054	.7088	.7123	.7157	.7190	.7224
0.6	.7257	.7291	.7324	.7357	.7389	.7422	.7454	.7486	.7517	.7549
0.7	.7580	.7611	.7642	.7673	.7704	.7734	.7764	.7794	.7823	.7852
0.8	.7881	.791	.7939	.7967	.7995	.8023	.8051	.8078	.8106	.8133
0.9	.8159	.8186	.8212	.8238	.8264	.8289	.8315	.8340	.8365	.8389
1.0	.8413	.8438	.8461	.8485	.8508	.8531	.8554	.8577	.8599	.8621
1.1	.8643	.8665	.8686	.8708	.8729	.8749	.8770	.8790	.8810	.8830
1.2	.8849	.8869	.8888	.8907	.8925	.8944	.8962	.8980	.8997	.9015
1.3	.9032	.9049	.9066	.9082	.9099	.9115	.9131	.9147	.9162	.9177
1.4	.9192	.9207	.9222	.9236	.9251	.9265	.9279	.9292	.9306	.9319
1.5	.9332	.9345	.9357	.9370	.9382	.9394	.9406	.9418	.9429	.9441
1.6	.9452	.9463	.9474	.9484	.9495	.9505	.9515	.9525	.9535	.9545
1.7	.9554	.9564	.9573	.9582	.9591	.9599	.9608	.9616	.9625	.9633
1.8	.9641	.9649	.9656	.9664	.9671	.9678	.9686	.9693	.9699	.9706
1.9	.9713	.9719	.9726	.9732	.9738	.9744	.9750	.9756	.9761	.9767
2.0	.9772	.9778	.9783	.9788	.9793	.9798	.9803	.9808	.9812	.9817
2.1	.9821	.9826	.9830	.9834	.9838	.9842	.9846	.9850	.9854	.9857
2.2	.9861	.9864	.9868	.9871	.9875	.9878	.9881	.9884	.9887	.9890
2.3	.9893	.9896	.9898	.9901	.9904	.9906	.9909	.9911	.9913	.9916
2.4	.9918	.9920	.9922	.9925	.9927	.9929	.9931	.9932	.9934	.9936
2.5	.9938	.9940	.9941	.9943	.9945	.9946	.9948	.9949	.9951	.9952
2.6	.9953	.9955	.9956	.9957	.9959	.9960	.9961	.9962	.9963	.9964
2.7	.9965	.9966	.9967	.9968	.9969	.997	.9971	.9972	.9973	.9974
2.8	.9974	.9975	.9976	.9977	.9977	.9978	.9979	.9979	.9980	.9981
2.9	.9981	.9982	.9982	.9983	.9984	.9984	.9985	.9985	.9986	.9986
3.0	.9987	.9987	.9987	.9988	.9988	.9989	.9989	.9989	.9990	.9990
3.1	.9990	.9991	.9991	.9991	.9992	.9992	.9992	.9992	.9993	.9993
3.2	.9993	.9993	.9994	.9994	.9994	.9994	.9994	.9995	.9995	.9995
3.3	.9995	.9995	.9995	.9996	.9996	.9996	.9996	.9996	.9996	.9997
3.4	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9998
3.5	.9998	.9998	.9998	.9998	.9998	.9998	.9998	.9998	.9998	.9998
3.6	.9998	.9998	.9999	.9999	.9999	.9999	.9999	.9999	.9999	.9999

Tabellen ger det λ_α-värde för vilket $P(\xi > \lambda_\alpha) = \alpha$, där $\xi \in N(0,1)$.

α	0.1	0.05	0.025	0.01	0.005	0.001
λ_α	1.2816	1.6449	1.9600	2.3263	2.5758	3.0902

α	0.0005	0.0001	0.00005	0.00001	5.0×10^{-6}	1.0×10^{-6}
λ_α	3.2905	3.7190	3.8906	4.2649	4.4172	4.7534



Exponentialfördelningen $Exp(\lambda)$

$$f(x) = \begin{cases} \lambda e^{-\lambda x}, & x \geq 0 \\ 0, & x < 0 \end{cases}$$

Normalfördelningen $N(\mu, \sigma)$

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-(x-\mu)^2/2\sigma^2}, \qquad -\infty < x < \infty$$

Väntevärdet för en kontinuerlig stokastisk variabel ξ:

$$E(\xi) = \int_{-\infty}^{\infty} x f(x)\, dx$$

Variansen för en kontinuerlig stokastisk variabel ξ med väntevärde $E(\xi) = \mu$:

$$V(\xi) = E\left((\xi - \mu)^2\right) = \int_{-\infty}^{\infty} (x-\mu)^2 f(x)\, dx = \int_{-\infty}^{\infty} x^2 f(x)\, dx - \mu^2$$

Standardavvikelsen för en kontinuerlig stokastisk variabel ξ definieras som $\sqrt{V(\xi)}$.

Tvåsidigt konfidensintervall för μ med konfidensgrad $1-\alpha$, om vi har ett stickprov från en $N(\mu, \sigma)$-fördelning där σ är känd:

$$\left[\bar{x} - \lambda_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \bar{x} + \lambda_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right]$$

Regressionslinjen som ges av minsta kvadratmetoden är $y = a + bx$ där

$$a = \bar{y} - b\bar{x}, \qquad b = \frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2}$$