



Försättsblad Prov Original

Kurskod	Provkod	Tentamensdatum
M A 1 2 9 G	S 1 0 0	2 0 1 8 - 0 6 - 1 2
Kursnamn	Matematik GR (A), Differentialkalkyl	
Provnamn	Tentamen	
Ort	Sundsvall	
Termin	V18	
Ämne	Matematik	



Mittuniversitetet
MID SWEDEN UNIVERSITY

Tentamen i Differentialkalkyl, MA129G/MA130G

Datum: 2018-06-12

Lärare: Andreas Lind (070-6890822)

Hjälpmedel: Penna, linjal, godkänd miniräknare och Matematisk formelsamling upplaga 4

Till alla uppgifter skall fullständiga lösningar lämnas. Resonemang, ekvationslösningar och uträkningar får inte vara så knapphändiga att de blir svåra att följa. En uppgift per blad, skriv endast på en sida. Betyg sätts efter hur väl lärandemålen är uppfyllda. Riktvärden för betygen är A 22 p, B 18 p, C 14 p, D 10 p och E 9 p.

1. Beräkna, utan att använda l'Hôspitals regler, följande gränsvärden om de existerar

(a) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x+3} - \sqrt{2x+2}}{x-1}$. (1 p)

(b) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sin(x-1)}{x^2-1}$. (1 p)

(c) $\lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt{x}(\sqrt{x+1} - \sqrt{x})$. (1 p)

2. Betrakta funktionen

$$f(x) = \frac{\ln(x-5)}{x}$$

(a) Bestäm maximal definitionsmängd för f . (0.5 p)

(b) Bestäm alla eventuella asymptoter för f . (1 p)

3. (a) Låt $a > 0$ och betrakta $f(x) = a^x$. Härled derivatan för $f(x)$. (1 p)

(b) Låt $f(x) = 2^{\sqrt{x}}$ för $x > 0$. Bestäm tangentens ekvation då $x = 1$. (2 p)

4. (a) Visa att ekvationen $xe^{-x} + 1 = 0$ har en rot i intervallet $[-1, 0]$. (1 p)

(b) Betrakta ekvationen $xe^{-x} + 1 = 0$. Använd Fixpunktsmetoden för att hitta ett närmevärde för roten i $[-1, 0]$. Använd startvärdet $x_0 = -0,5$ och iterera metoden 5 gånger. (2 p)

$$\text{Fixpunktsmetoden: } x_{n+1} = f(x_n)$$

5. Skissera kurvan

$$\begin{cases} x(t) = t^3 - 3t - 2 \\ y(t) = t^2 - t - 2 \end{cases}$$

Tänk på att motivera vart kurvan är konvex/konkav och använd teckenschema för att visa vilken riktning kurvan går åt. Markera tydligt i bilden vilken riktning kurvan rör sig.

(3 p)

6. Hitta tangentens ekvation för $\ln(x/y) + \sqrt{xy} = 1$ i $(1, 1)$. (1.5 p)

7. Beräkna följande gränsvärden på valfritt sätt

(a) $\lim_{t \rightarrow 1} \left(\frac{t}{t-1} - \frac{1}{\ln(t)} \right)$. (1 p)

(b) $\lim_{x \rightarrow 0} x^3 \left(\frac{1}{x - \sin(x)} - \frac{1}{x - \arctan(x)} \right)$. (1 p)

(c) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x+100} \right)^x$. (1 p)

8. Låt

$$f(x) = \frac{x^2 - x + 1}{x - 1}.$$

Skissera $y = f(x)$ med avseende på konvexitet/konkavitet, inflektionspunkter, max/min-punkter och asymptoter.

(3 p)

9. En punkt P förflyttas så att vid tid t så är punkten vid skärningspunkten mellan kurvorna $xy = t$ och $y = tx^2$. Hur fort ändras avståndet till origo då $t = 2$. (Rita figur!)

(3 p)

Lycka till!