Mittuniversitetet
MID SWEDEN UNIVERSITY

Försättsblad Prov Original

Kurskod	Provkod	Tentamensdatum
ET051G	T101	2018-08-27

Kursnamn	Elektroteknik GR (B), Signaler och system
Provnamn	Tentamen
Ort	Sundsvall
Termin	H18
Ämne	Elektroteknik

Mittuniversitetet
MID SWEDEN UNIVERSITY

Avdelningen för Informations- och kommunikationsteknik
Roger Olsson, Tel: 010-142 8698
E-post: Roger.Olsson@miun.se

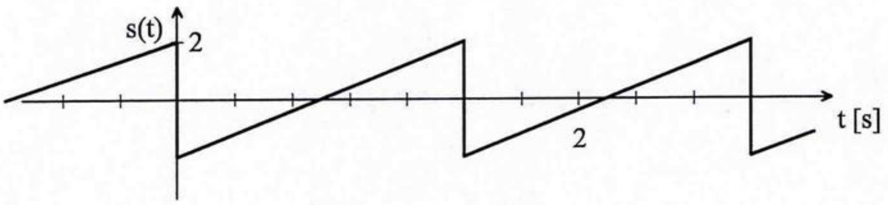
Tentamen
ET051G Signaler och system

Datum	2018-08-27
Skrivtid	5 timmar
Hjälpmedel:	Papper, penna, radergummi, miniräknare, Appendix (formelsamling) till boken Signaler och system (Svärdström), Formler & Tabeller till boken Från insignal till utsignal (Söderkvist), Physics Handbook, Sammanfattning av kursen (2004-02-26)

Anvisningar: Skriv tydligt. Varje ny huvuduppgift börjas på ett eget nytt blad. Motivera lösningssteg och val av teori för ev. delpoäng vid felaktigt svar.

---

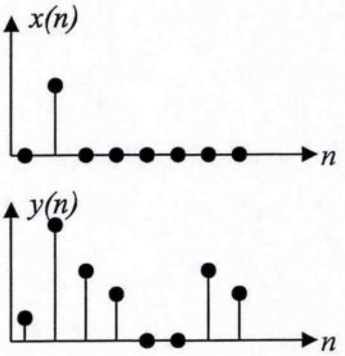
1. Låt $s(t)$ beteckna en periodisk signal enligt figuren nedan. Vi låter signalen $x(t) = s(t) + 0.5 \cdot \sin(0.8\pi t - 0.3)$ passera ett idealt bandpassfilter med gränsfrekvenser $f_1 = 2$ Hz, $f_2 = 3$ Hz.



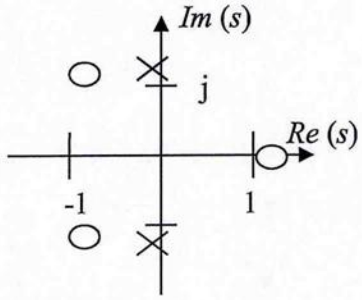
   a) Bestäm perioden för insignalen $x(t)$. (2p)
   b) Vilka frekvenser finns i utsignalen från filtret? (2p)
   c) Beräkna det likriktade medelvärdet för signalen $s(t)$. (1p)

2. När man arbetar med signaler och system vill man gärna ha system som är linjära och tidsinvarianta, LTI-system (skiftinvarianta för tidsdiskreta system), samt system som är stabila och kausala.
   a) Ange varför dessa egenskaper är viktiga. (1p)
   b) Vilka av följande system uppfyller dessa egenskaper (linjära, tidsinvarianta (skiftinvarianta), kausala och stabila)? För de öriga, skriv vilken egenskap som gör att de inte kvalificerar till denna grupp av system. Motivera svaren! (2p)

i)



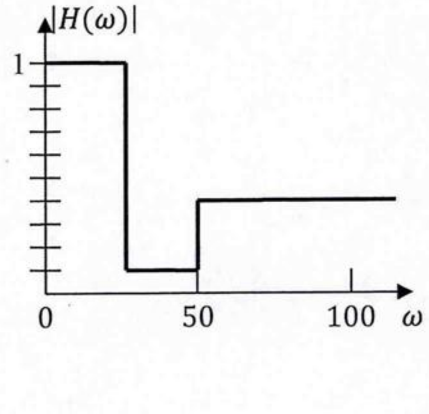
ii)

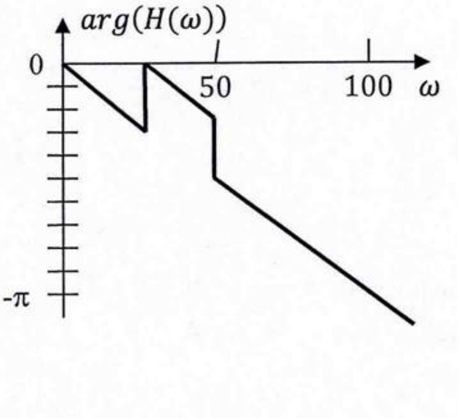


iii) $h(t) = e^{0.001t} \cdot cos(2\pi t + 0.2)$

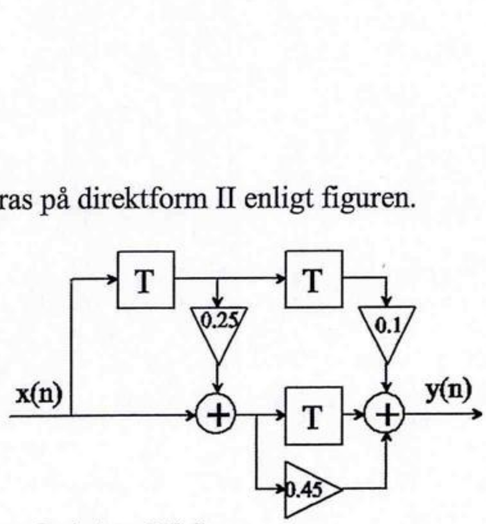
iv) $y(n+1) = 1{,}1 \cdot y(n) + x(n+1) - 0{,}2 \cdot x(n-1)$

3. Ett linjärt, tidsinvariant system är definierat av frekvensgången och fasgången i figuren nedan. Systemet matas med insignalen
   $x(t) = 3\cos(11\pi t - 0.22) + 2 + 4\sin(22\pi t + 0.11)$.
   a) Bestäm utsignalen $y(t)$. (2p)
   b) Vad för slags filter utgör systemet? (1p)





4. Ett filter ska implementeras på direktform II enligt figuren.



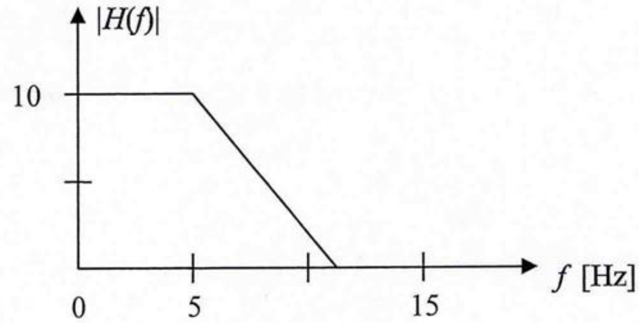
a) Ange filtrets överföringsfunktion $H(z)$. (2p)
b) Ange filtrets differensekvation. (1p)
c) Rita pol-nollställediagram. Är filtret stabilt? (2p)
d) Skissa filtrets frekvensgång (amplitudspektrum) (1p)

[Om du inte har löst a-uppgiften, kan du använda $H_b(z) = \frac{z^2-0.6}{z^2+0.8z+0.32}$ i uppgifterna b)-d).]

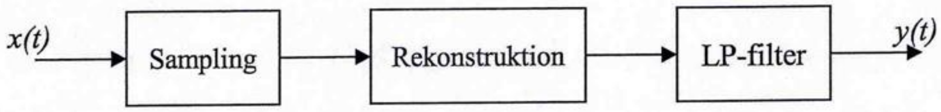
5. Ett tidsdiskret filter ska konstrueras så att impulssvarets egenskaper bevaras från ett tidskontinuerligt referensfilter. Så sker om man samplar referensfiltrets impulssvar. Impulssvarets längd ska begränsas till 5 sampel. Samplingsfrekvensen ska vara $f_s = 20\text{Hz}$.

a) Ange impulssvaret $h[n]$ då referensfiltret ges av $H(s) = \frac{4s+5}{s^2+3s+2}$ (2p)
b) Beräkna utsignalens 4 första sampel när insignalen är $x[n] = 0.6^n \cdot \cos[n] \cdot u[n]$ (2p)
[Om du inte har löst a-uppgiften, kan du använda $h[n] = (-1/2)^n \cdot u[n]$.

c) Skissa det tidsdiskretat filtrets frekvensgång $|H(\Omega)|$ för $-2\pi < \Omega < -2\pi$, om det tidskontinuerliga filtrets *ges av figuren nedan* med samma samplingsfrekvens $f_s = 20\text{Hz}$.
Vad för slags problem kan uppstå med impulsinvariant metod? (1p)



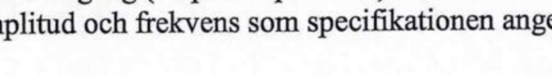
6. Signalen $x(t) = 2\cos(60\pi t + 0.2) + 3\sin(30\pi t + 0.1)$ samplas med frekvensen $f_s = 100\ Hz$, rekonstrueras och filtreras med ett idealt LP-filter med gränsfrekvens $f_c = f_s = 100\ Hz$. Se figuren nedan.



a) Vilka frekvenser innehåller utsignalen $y(t)$? (2p)

b) Rita amplitudspektrum för signalen $x(t)$ och skissa (i samma diagram) frekvensgången för ett *icke-idealt* antialiasingfilter som tillåter fullständig rekonstruktion av signalen. Markera passband, övergångsband och stoppband. Vilken samplingsfrekvens krävs med det filter du har skissat? (2p)

7. Du arbetar i ett elektronikföretag och har fått i uppgift att konstruera ett *digitalt filter* för en mätsignal inom processindustrin. Mätsignalen är ganska lågfrekvent och är alltid under 100 Hz. Däremot finns ett högfrekvent brus överlagrat mätsignalen (additivt brus). Man vill att det digitala filtret ska välja ut frekvenskomponenter mellan 20 Hz och 80 Hz. Dessa frekvenser får inte dämpas nämnvärt (max 1 dB), medan frekvenser mer än 10 Hz utanför dessa frekvenser ska undertryckas minst 100 gånger. Den schematiska bilden nedan beskriver övergripande systemet.



a) Rita ett blockschema som ryms inom blocket Digitalt filter med alla nödvändiga ingående delar och skriv kort vad varje del har för uppgift. (1p)

b) Ange alla värden på frekvenser och frekvensgränser som är nödvändiga för att digitalisera och rekonstruera signalen. Skriv dem vid rätt del i blockschemat. (1p)

c) Rita en schematisk frekvensgång (amplitudspektrum) för det tidsdiskreta filtret, med de begränsningar i amplitud och frekvens som specifikationen anger. (2p)

Table 6.1. CTFT and Laplace transform pairs for several causal CT signals

CT signals $x(t)$	CTFT $X(\mathrm{j}\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t)e^{-\mathrm{j}\omega t}dt$	Laplace transform $X(s) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t)e^{-st}dt$
(1) Impulse function $x(t) = \delta(t)$	1	1 ROC: entire s-plane
(2) Unit step function $x(t) = u(t)$	$\pi\delta(\omega) + \dfrac{1}{\mathrm{j}\omega}$	$\dfrac{1}{s}$ ROC: $\mathrm{Re}\{s\} > 0$
(3) Causal gate function $x(t) = u(t) - u(t-a)$	$(1 - e^{-\mathrm{j}\omega a})\left(\pi\delta(\omega) + \dfrac{1}{\mathrm{j}\omega}\right)$	$\dfrac{1}{s}(1 - e^{-as})$ ROC: $\mathrm{Re}\{s\} > 0$
(4) Causal decaying exponential function $x(t) = e^{-at}u(t)$	$\dfrac{1}{a + \mathrm{j}\omega}$	$\dfrac{1}{a + s}$ ROC: $\mathrm{Re}\{s\} > -a$
(5) Causal ramp function $x(t) = tu(t)$	does not exist	$\dfrac{1}{s^2}$ ROC: $\mathrm{Re}\{s\} > 0$
(6) Higher-order causal ramp function $x(t) = t^n u(t)$	does not exist	$\dfrac{n!}{s^{n+1}}$ ROC: $\mathrm{Re}\{s\} > 0$
(7) First-order time-rising causal decaying exponential function $x(t) = te^{-at}u(t)$	$\dfrac{1}{(a + \mathrm{j}\omega)^2}$ provided $a > 0$.	$\dfrac{1}{(a + s)^2}$ ROC: $\mathrm{Re}\{s\} > -a$
(8) Higher-order time-rising causal decaying exponential function $x(t) = t^n e^{-at}u(t)$	$\dfrac{n!}{(a + \mathrm{j}\omega)^{n+1}}$ provided $a > 0$	$\dfrac{n!}{(a + s)^{n+1}}$ ROC: $\mathrm{Re}\{s\} > -a$
(9) Causal cosine wave $x(t) = \cos(\omega_0 t)u(t)$	$\pi[\delta(\omega - \omega_0) + \delta(\omega + \omega_0)]$ $+ \dfrac{\mathrm{j}\omega}{\omega_0^2 - \omega^2}$	$\dfrac{s}{\omega_0^2 + s^2}$ ROC: $\mathrm{Re}\{s\} > 0$
(10) Causal sine wave $x(t) = \sin(\omega_0 t)u(t)$	$\dfrac{\pi}{2\mathrm{j}}[\delta(\omega - \omega_0) - \delta(\omega + \omega_0)]$ $+ \dfrac{\omega_0}{\omega_0^2 - \omega^2}$	$\dfrac{\omega_0}{\omega_0^2 + s^2}$ ROC: $\mathrm{Re}\{s\} > 0$
(11) Squared causal cosine wave $x(t) = \cos^2(\omega_0 t)u(t)$	$\dfrac{\pi}{2}[\delta(\omega) + \delta(\omega - 2\omega_0) + \delta(\omega + 2\omega_0)]$ $+ \dfrac{1}{\mathrm{j}2\omega} + \dfrac{\mathrm{j}\omega}{2(4\omega_0^2 - \omega^2)}$	$\dfrac{(2\omega_0^2 + s^2)}{s(4\omega_0^2 + s^2)}$ ROC: $\mathrm{Re}\{s\} > 0$
(12) Squared causal sine wave $x(t) = \sin^2(\omega_0 t)u(t)$	$\dfrac{\pi}{2}[\delta(\omega) - \delta(\omega - 2\omega_0) - \delta(\omega + 2\omega_0)]$ $+ \dfrac{1}{j2\omega} - \dfrac{\mathrm{j}\omega}{2(4\omega_0^2 - \omega^2)}$	$\dfrac{2\omega_0^2}{s(4\omega_0^2 + s^2)}$ ROC: $\mathrm{Re}\{s\} > 0$
(13) Causal decaying exponential cosine function $x(t) = \exp(-at)\cos(\omega_0 t)u(t)$	$\dfrac{a + \mathrm{j}\omega}{(a + \mathrm{j}\omega)^2 + \omega_0^2}$ provided $a > 0$	$\dfrac{a + s}{(a + s)^2 + \omega_0^2}$ ROC: $\mathrm{Re}\{s\} > -a$
(14) Causal decaying exponential sine function $x(t) = \exp(-at)\sin(\omega_0 t)u(t)$	$\dfrac{\omega_0}{(a + \mathrm{j}\omega)^2 + \omega_0^2}$ provided $a > 0$	$\dfrac{\omega_0}{(a + s)^2 + \omega_0^2}$ ROC: $\mathrm{Re}\{s\} > -a$