Mittuniversitetet
MID SWEDEN UNIVERSITY

# Försättsblad Prov Original

| Kurskod | Provkod | Tentamensdatum |
|---|---|---|
| ET050G | T101 | 2018-08-24 |

| | |
|---|---|
| Kursnamn | Elektroteknik GR (B), Reglerteknik |
| Provnamn | Tentamen |
| Ort | Sundsvall |
| Termin | H18 |
| Ämne | Elektroteknik |

8982538474

0026826

Mittuniversitetet

MID SWEDEN UNIVERSITY


**Avdelningen för informationssystem och -teknologi**
Roger Olsson, tel. 010 142 8698, E-post: Roger.Olsson@miun.se

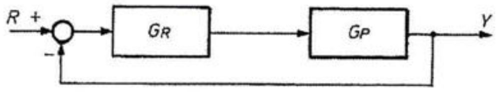

# Tentamen
# ET050G Reglerteknik

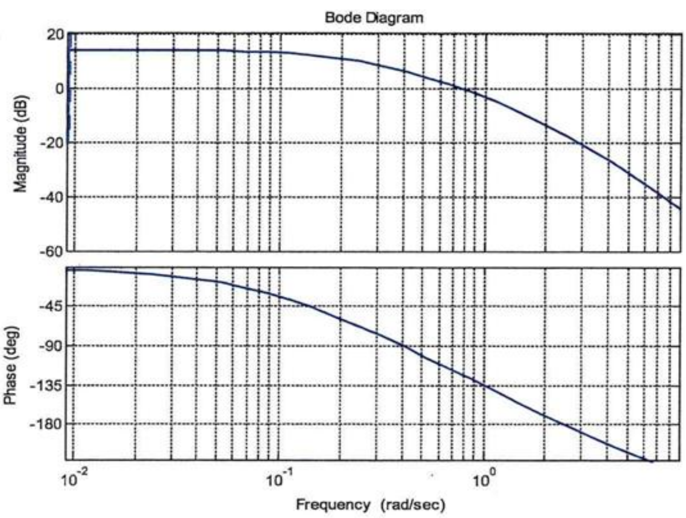
---

| | |
|---|---|
| **Datum:** | 2018-08-24 |
| **Skrivtid:** | 5 timmar |
| **Hjälpmedel:** | Papper, penna, radergummi, miniräknare, linjal, formelsamling till transformteorikursen, Physics Handbook, TeFyMa |
| **Anvisningar:** | Skriv tydligt. Varje ny huvuduppgift börjas på ett eget nytt blad. Motivera lösningssteg och val av teori för ev. delpoäng vid felaktigt svar. |

---

1. En process $G_P(s)$ med nedanstående Bode-diagram ska regleras med en negativ återkoppling och en regulator $G_R(s)$. (Beakta först det återkopplade systemet utan reglering (dvs $K$=1, $T_I$=$\infty$, $T_D$=0) i deluppgift a-e.)




a) Bestäm amplitudmarginalen (markera i figuren) (1p)

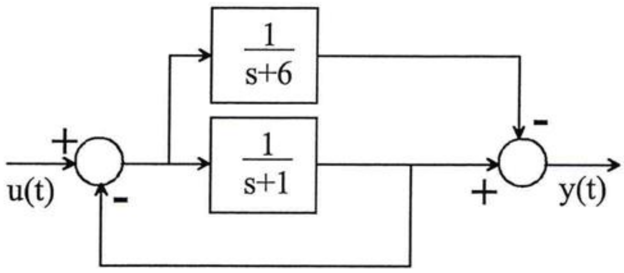
b) Bestäm fasmarginalen (markera i figuren) (1p)

c) Bestäm ett approximativt värde för stigtiden. (1p)

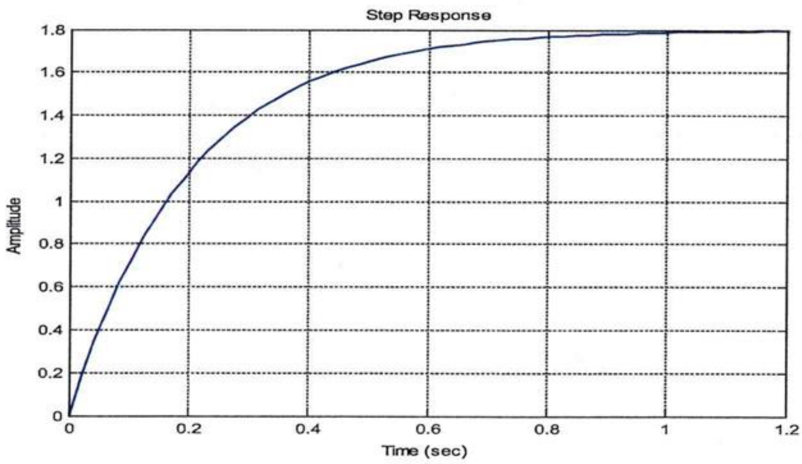
d) Bestäm det kvarstående felet för en *stegformad* börvärdesändring. (1p)

e) Reglera systemet med en PID-regulator och ställ in regulatorn enligt Ziegler-Nichols svängningsmetod. (Tabell längst bak i tentamen). (2p)

2. Ett system definieras av nedanstående blockschema. Bestäm den totala överföringsfunktionen (2p)




3. Ett system undersöks genom att man låter en signal u(t) = 2σ(t) ansättas på ingången. (Observera storleken på insignalen!) På utgången kan man då mäta följande signal



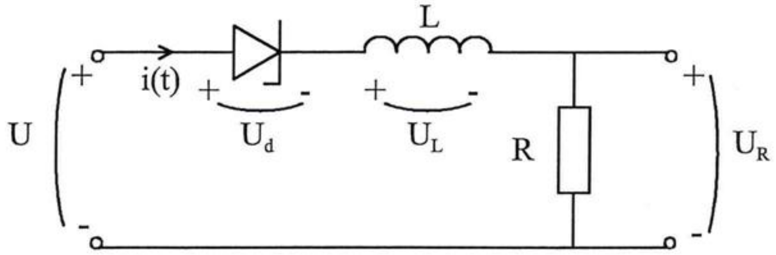

a) Bestäm stigtiden $t_r$ (markera i figuren) (1p)

b) Vad för positiva aspekter finns med en liten stigtid? På vilket sätt kan det vara negativt? (2p)

c) Bestäm överföringsfunktionen $G_P(s)$ (motivera!) (2p)

d) Ge exempel på en process med en dynamik som figuren anger. (1p)

4. Ett *olinjärt* system definieras av nedanstående elektriska schema. Diodens förhållande mellan spänning och ström definieras av Shockleys diodekvation
$I = I_s(e^{kU_d} - 1)$, $I_s = 20$ mA, $k = 2{,}195\ \mathrm{V}^{-1}$, $L = 15$ mH, $R = 25\ \Omega$.




a) Man är intresserad av förhållandet mellan $U(t)$ och $U_R(t)$. Då den senare är direkt proportionell mot $i(t)$, räcker det med att beakta $U(t)$ och $i(t)$. Bestäm den olinjära differentialekvationen som bestämmer förhållandet mellan $U(t)$ och $i(t)$.
[Tips: använd dig av Kirchhoffs lagar.] (1p)

b) Man önskar en arbetspunkt $(U_0, i_0)$ så att $U_R = 0{,}4$ V. Bestäm $U_0$ och $i_0$. (1p)
[Om du inte gjort a-uppgiften, kan du använda dig av differentialekvationen
$U(t) + k\frac{di}{dt} + I_s \cdot \sqrt{i(t)} + R \cdot i(t) = 0$]

c) Linjärisera systemet och beskriv systemet i form av en linjär differentialekvation som beskriver förhållandet mellan avvikelsen från arbetspunkten, $\Delta U$ och $\Delta i$. (2p)
[Om du inte gjort a-uppgiften, kan du använda dig av differentialekvationen
$U(t) + k\frac{di}{dt} + I_s \cdot \sqrt{i(t)} + R \cdot i(t) = 0$]

5. Processen $G_p(s) = \frac{1}{s(s+2)(1+2s)}$ ska regleras så att en fasmarginal om 30 grader erhålls. Något kvarstående fel kan inte accepteras vid en stegformad börvärdesändring. Bestäm regulatortyp (motivera!) och vilka värden som ska ställas in på regulatorn. (3p)

6. En tidsdiskret regulator har tagits fram utgående från en analog regulator genom att använda Euler-transform med samplingstiden h = 0,1 s. Den tidsdiskreta regulatorn har implementerats i en signal processor och beskrivs av följande pseudokod.

```
for ever
  e_old = e;                  % save old e
  read e;                     % read new e
  w = w + 0.5*e;              % compute new w from old w and new e
  u = 27*e - 24*e_old + 0.6*w; % compute new u
  write u;                    % write new u
end
```

   a) Vilka parametervärden hade den ursprungliga analoga regulatorn? (2p)

   b) Hur påverkas ett reglersystems stabilitet av signalens kvantisering och av samplingsintervallet? (2p)

7. En industriell process kan approximativt beskrivas med differensekvationen $y(k) = 0.75y(k-1) + 0.65u(k-1)$.

   a) Rita upp kopplingsschemat för polplaceringsmetoden. (1p)

   b) Konstruera en regulator med polplaceringsmetoden med alla önskade poler i z=0.4. (3p)

**Ziegler-Nichols svängningsmetod**

| Regulatortyp | Parametrar | | |
|---|---|---|---|
| | K | $T_I$ | $T_D$ |
| P-regulator | 0.5 $K_0$ | – | – |
| PI-regulator | 0.45 $K_0$ | 0.85 $T_0$ | – |
| PID-regulator | 0.6 $K_0$ | 0.5 $T_0$ | 0.125 $T_0$ |

**PID-regulator**

$$u(t) = K\left(e(t) + T_D \cdot \frac{de}{dt} + \frac{1}{T_I} \cdot \int_0^t e(\tau)d\tau\right)$$

**PI-reglering**

1. Rita Bode-diagram för processen som ska regleras.
2. Bestäm det *K*-värde som vid ren P-reglering ger önskad fasmarginal + 11°.
3. Bestäm $\omega_c$ för ovanstående *K*-värde, och sätt $T_I = 5/\omega_c$.

**PD-reglering**

1. Rita Bode-diagram för processen som ska regleras.
2. Bestäm det *K*-värde som vid ren P-reglering ger önskad fasmarginal.
3. Bestäm $\omega_c$ och $\omega_\pi$ för ovanstående *K*-värde. Sätt PD-regulatorns brytfrekvens mellan eller något högre än $\omega_c$ och $\omega_\pi$, normalt vid $\omega_\pi$.
4. Justera *K*-värdet så att önskad fasmarginal återfås.

**Transformeringar**

Euler-transform $\quad s = \frac{1 - z^{-1}}{h} = \frac{z-1}{zh}$

Stegsvarsinvariant transform $\quad H(z) = \left(1 - z^{-1}\right) \cdot Z\left[L^{-1}\left[\frac{G(s)}{s}\right]_{t=kh}\right]$

Rampinvariant metod $\quad H(z) = \left(1 - z^{-1}\right)^2 \cdot Z\left[L^{-1}\left[\frac{G(s)}{s^2}\right]_{t=kh}\right]$

Bilinjär transform $\quad s = \frac{2}{h}\frac{z-1}{z+1}$

Impulsinvariant transform $\quad H(z) = Z\left[L^{-1}\left[G(s)\right]_{t=kh}\right]$

**Polplaceringmetod**

Det karakteristiska polynomet med önskade poler, $P(z)$, med gradtal $n_p = n_a + n_b - 1$ sätts lika med det karakteristiska polynomet för totala överföringsfunktionen:

$$H_{tot}(z) = \frac{Y(z)}{R(z)} = \frac{K_r \cdot B(z)}{A(z)C(z) + B(z)D(z)} = \frac{K_r \cdot B(z)}{P(z)}$$

Gradtalen för regulatorns polynom sätts till $n_c = n_b - 1$ respektive $n_d = n_a - 1$.

Börvärdesfaktorn $K_r$ väljs oftast så att $K_{LF} = \lim_{z \to 1} H_{tot}(z) = 1$.

En integrerade del modelleras med $1/\left(1 - z^{-1}\right)$

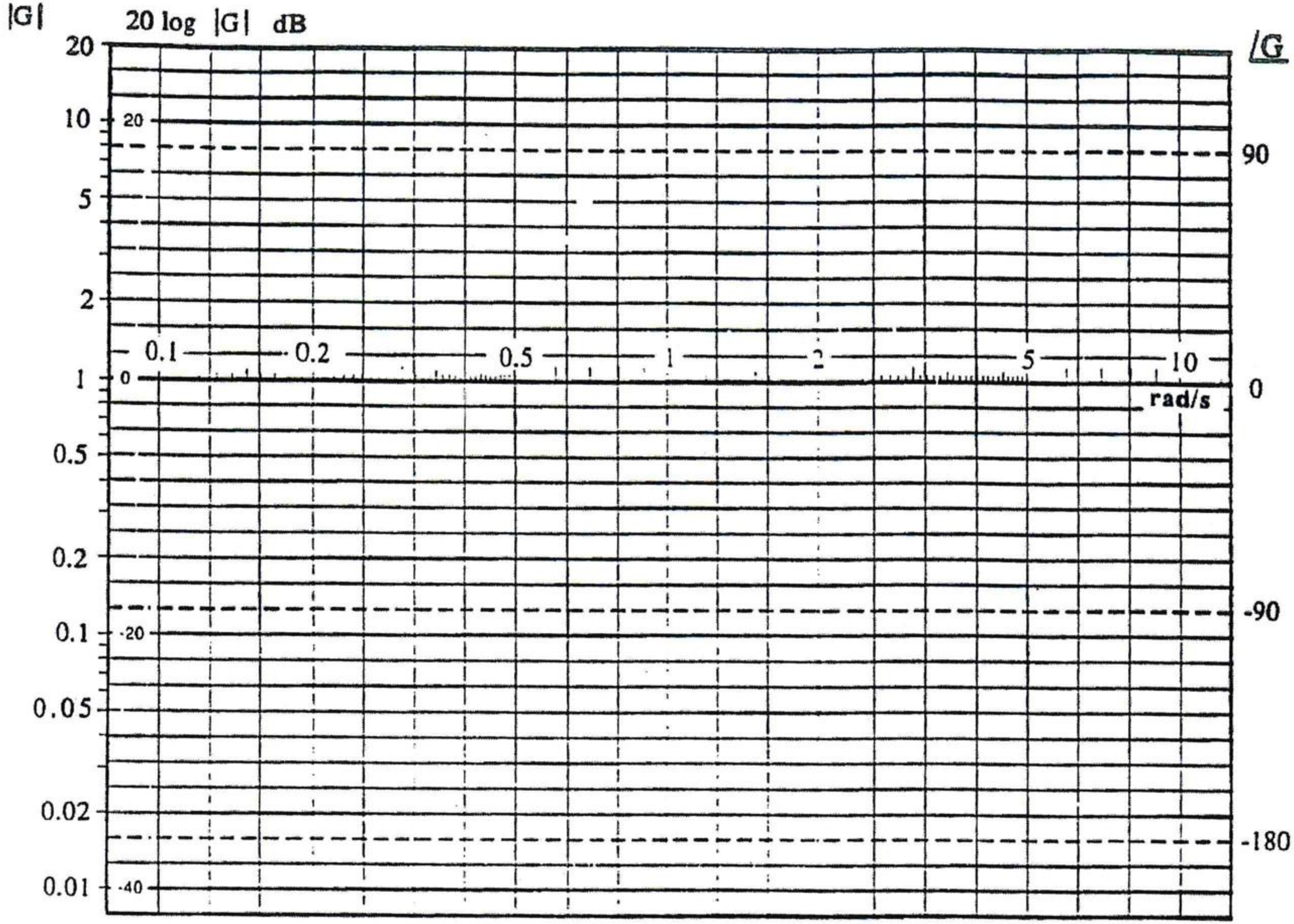
## De viktigaste z-transformerna

| Tidsdiskret funktion $f(k)$, $k \geq 0$ | z-transform $F(z)$: Positiv representation | z-transform $F(z)$: Negativ representation |
|---|---|---|
| Enhetspuls $P_e(k)$ | $1$ | |
| Enhetssteg $S_e(k)$ | $\frac{z}{z-1}$ | $\frac{1}{1-z^{-1}}$ |
| Enhetsramp $f(k) = k$ | $\frac{z}{(z-1)^2}$ | $\frac{z^{-1}}{(1-z^{-1})^2}$ |
| Enhetsparabel $f(k) = k^2$ | $\frac{z^2+z}{(z-1)^3}$ | $\frac{z^{-1}+z^{-2}}{(1-z^{-1})^3}$ |
| Exponentialfunktion $f(k) = a^k$ | $\frac{z}{z-a}$ | $\frac{1}{1-az^{-1}}$ |
| Fördröjd enhetspuls $P_e(k-L)$ | $\frac{1}{z^L}$ | $z^{-L}$ |
| Fördröjt enhetssteg $S_e(k-L)$ | $\frac{z^{1-L}}{z-1}$ | $\frac{z^{-L}}{1-z^{-1}}$ |
| $e^{-ak}$ | $\frac{z}{z-e^{-a}}$ | $\frac{1}{1-e^{-a}z^{-1}}$ |
| $\sin \omega k$ | $\frac{z \cdot \sin\omega}{z^2-(2\cos\omega)z+1}$ | $\frac{z^{-1}\sin\omega}{1-(2\cos\omega)z^{-1}+z^{-2}}$ |
| $\cos \omega k$ | $\frac{z(z-\cos\omega)}{z^2-(2\cos\omega)z+1}$ | $\frac{z^{-1}(1-z^{-1}\cos\omega)}{1-(2\cos\omega)z^{-1}+z^{-2}}$ |
| $1-e^{-ak}$ | $\frac{z(1-e^{-a})}{(z-1)(z-e^{-a})}$ | $\frac{(1-e^{-a})z^{-1}}{(1-z^{-1})(1-e^{-a}z^{-1})}$ |

*Några vanliga tidsdiskreta funktioner $f(k)$ och deras z-transformer*

## De viktigaste laplacetransformerna

| Laplacetransform $F(s)$ | Tidsfunktion $f(t)$ för $t > 0$ |
|---|---|
| $1$ | Impulsfunktion $\delta(t)$ |
| $\frac{1}{s}$ | Stegfunktion $\sigma(t)$ |
| $\frac{1}{s^2}$ | Rampfunktion $t$ |
| $\frac{1}{s^3}$ | $\frac{t^2}{2}$ |
| $\frac{1}{s+a}$ | $e^{-at}$ |
| $\frac{1}{(s+a)(s+b)}$ | $\frac{e^{-at}-e^{-bt}}{b-a}$ |
| $\frac{1}{s(1+as)}$ | $1-e^{-\frac{t}{a}}$ |
| $\frac{1}{s(1+as)(1+bs)}$ | $1-\frac{a\cdot e^{-\frac{t}{a}}}{a-b}-\frac{b\cdot e^{-\frac{t}{b}}}{b-a}$ |
| $\frac{1}{(s+a)(s+b)(s+c)}$ | $\frac{e^{-at}}{(b-a)(c-a)}+\frac{e^{-bt}}{(c-b)(a-b)}+\frac{e^{-ct}}{(a-c)(b-c)}$ |
| $\frac{s+a}{(s+b)(s+c)}$ | $\frac{(a-b)e^{-bt}-(a-c)e^{-ct}}{c-b}$ |
| $\frac{1}{(s+a)^2}$ | $t \cdot e^{-at}$ |
| $\frac{1}{s^2+a^2}$ | $\frac{1}{a}\cdot \sin at$ |
| $\frac{s}{s^2+a^2}$ | $\cos at$ |
| $\frac{1}{s(s^2+a^2)}$ | $\frac{1}{a^2}[1-\cos at]$ |
| $\frac{1}{s^2(s^2+a^2)}$ | $\frac{1}{a^3}[at-\sin at]$ |
| $\frac{s+a}{(s+a)^2+b^2}$ | $e^{-at}\cdot \cos bt$ |
| $\frac{b}{(s+a)^2+b^2}$ | $e^{-at}\cdot \sin bt$ |



|G|
20 log |G| dB
/G
20
10
5
2
1
0.5
0.2
0.1
0.05
0.02
0.01
20
0
-20
-40
0.1
0.2
0.5
1
2
5
10
rad/s
90
0
-90
-180