



Försättsblad Prov Original

Kurskod	Provkod	Tentamensdatum
M A 1 3 5 G	Ö 1 0 0	2 0 1 8 - 0 8 - 2 9
Kursnamn	Matematik GR (A), Fördjupningskurs i matematik	
Provnamn	Tentamen	
Ort	Östersund	
Termin	H18	
Ämne	Matematik	

MA1356

Mittuniversitetet
Matematik
Anders Holmbom

Tentamen i Fördjupningskurs i matematik (7,5hp)

2018-08-29 kl. 08.00-13.00

Betygsgränser (gäller förutsatt att lärandemålen är uppfyllda):

E: 9p D: 10p C: 14p B: 18p A: 22p (Max: 24p)

Skriv tydliga och utförliga lösningar till alla uppgifter.

Hjälpmiddel: Miniräknare (ej symbolhanterande) och formelsamling.

1. Bevisa att en funktion som är kontinuerlig på ett slutet begränsat intervall måste vara begränsad. Det räcker att visa att den är uppåt begränsad. (4p)
2. Formulera och bevisa differentialkalkylens medelvärdesats och illustrera den med ett exempel. (4p)
3. Bevisa med hjälp av induktion att

$$\sum_1^n k^2 = \frac{1}{6}(2n^3 + 3n^2 + n)$$

för $n \geq 1$. (3p)

4. a) Visa genom den formella gränsvärdesdefinitionen att

$$\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 0$$

för

$$f(x) = x - x^3$$

samt att f är kontinuerlig i $x = 1$. (2p)

- b) Härled derivatan till f genom derivatans definition. (2p)

5. a) Approximera

$$f(x) = x^3$$

med hjälp av ett Taylorpolynom av ordning 2 och restterm av ordning 3 runt $x = 1$. Du får ett resultat som kanske är oväntat. Vad händer och varför? (3p)

- b) För vilka x konvergerar

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{\left(\frac{e^{2n}-1}{n}\right)}? \quad (2p)$$

6. a) Approximera

$$\int_0^1 \ln(x + 1) dx$$

med hjälp av översumma och undersumma och en partition som är tillräckligt fin för att ringa in det rätta värdet med ett fel på maximalt 0.15. (2p)

b) Lös differentialekvationen

$$y' - \frac{x^2}{y^2 e^{y^3}} = 0, y(0) = 0. \quad (2p)$$