



## Försättsblad Prov Original

Kurskod	Provkod	Tentamensdatum
M A 1 3 1 G	S 1 0 0	2 0 1 8 - 0 8 - 2 2
Kursnamn	Matematik GR (A), Integralkalkyl	
Provnamn	Tentamen	
Ort	Sundsvall	
Termin	H18	
Ämne	Matematik	



**Mittuniversitetet**  
MID SWEDEN UNIVERSITY

## Tentamen i Integralkalkyl, MA131G/MA132G

Datum: 2018-08-22

Lärare: Andreas Lind (070-6890822)

Hjälpmedel: Penna, linjal, godkänd miniräknare och Matematisk formelsamling upplaga 4

Till alla uppgifter skall fullständiga lösningar lämnas. Resonemang, ekvationslösningar och uträkningar får inte vara så knapphändiga att de blir svåra att följa. En uppgift per blad, skriv endast på en sida. Betyg sätts efter hur väl lärandemålen är uppfyllda. Riktvärden för betygen är A 22 p, B 18 p, C 14 p, D 10 p och E 9 p.

1. Bestäm eller beräkna följande integraler

(a)  $\int_0^1 \sqrt{x}e^{\sqrt{x}} dx.$  (1 p)

(b)  $\int_0^1 x^{1/3}\sqrt{x} dx.$  (1 p)

(c)  $\int \frac{x}{1+\sqrt{x}} dx.$  (1 p)

2. Låt  $R$  vara det område som begränsas av  $y = 1/x$  och  $3x + 3y = 10$ .

(a) Beräkna den rotationsvolym som uppstår när man roterar  $R$  kring  $x$ -axeln. (1.5 p)

(b) Beräkna den rotationsvolym som uppstår när man roterar  $R$  kring  $y$ -axeln. (1.5 p)

*För full poäng krävs en bild, samt en förklaring vilken metod ni använder i respektive uppgift.*

3. Låt  $x(t) = at - a \sin(t)$  och  $y(t) = a - a \cos(t)$  vara en parametriserad kurva definierad på intervallet  $[0, 2\pi]$ .

(a) Beräkna kurvans båglängd. (1,5 p)

(b) Beräkna rotationsytan för kurvan när man roterar kurvan kring  $x$ -axeln. (1,5 p)

(c) Beskriv idén bakom hur man beräknar längden av en kurva. Motivera så bra du kan. (1 p)

*Ledning:*  $\int_0^\pi \cos^3(t/2) dt = 4/3$  och  $\int_\pi^{2\pi} \cos^3(t/2) dt = -4/3$

4. (a) Bestäm lösningen till differentialekvationen

$$\begin{cases} y' - 2xy = e^{x^2} \\ y(0) = 1 \end{cases} \quad (1,5 p)$$

(b) Bestäm den allmänna lösningen till differentialekvationen

$$y'' - 4y' + 4y = 6xe^{2x} \quad (1,5 p)$$

5. Avgör om följande integraler konvergerar eller divergerar. Då integralen konvergerar, beräkna integralens värde.

(a)  $\int_1^{\infty} e^{-x^2} dx.$  (1,5 p)

(b)  $\int_0^{\infty} \frac{1}{x^2 + 2x + 2} dx.$  (1,5 p)

6. Betrakta integralen

$$I = \int_0^2 \frac{5}{3 + x^2} dx.$$

Använd trapetsmetoden för att beräkna en approximation av  $I$  med steglängd  $h = 0.25$ . Uppskatta även hur stort felet blir, genom att använda feluppskattningen

$$\left| \int_a^b f(x) dx - T_n \right| \leq \frac{K(b-a)^3}{12n^2},$$

där  $|f''(x)| \leq K = 5/18$ . (2 p)

7. Avgör om serierna i konvergerar eller divergerar.

(a)  $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{3k+1}{k^3+1}.$  (1 p)

(b)  $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{k^k}{\pi^k k!}.$  (1 p)

8. Beräkna arean för det område som ligger inuti  $r = \sqrt{\theta}$  för  $0 \leq \theta \leq 2\pi$ . (Rita bild!) (2 p)

9. Betrakta följande begynnelsevärdesproblem.

$$\begin{cases} 10y' - x^3y^2 = 4x^3 \\ y(0) = 2 \end{cases}$$

Lös ovanstående BVP och ge svaret på explicit form, dvs  $y = \dots$  (2 p)

Lycka till!