Mittuniversitetet
MID SWEDEN UNIVERSITY

Försättsblad Prov Original

Kurskod	Provkod	Tentamensdatum
MA121G	Ö100	2018-08-23

Kursnamn	Matematik GR (A), Kompletteringskurs i analys
Provnamn	Tentamen
Ort	Östersund
Termin	H18
Ämne	Matematik

Tentamen i Kompletteringskurs i Analys, 3 hp, 2018-08-23

Kurskod: MA121G
Skrivtid: 5 timmar
Hjälpmedel: Grafritande räknare som ej är symbolhanterande samt Matematisk formelsamling, upplaga 4.
Lärare: Lotta Flodén

Till alla uppgifter skall fullständiga lösningar lämnas. En uppgift per blad, skriv endast på en sida. Betyg sätts efter hur väl lärandemålen är uppfyllda. Riktvärde för betygen är: A 22p, B 18p, C 14p, D 10p, E 9p.

1 Givet är funktionen

$$f(x, y, z) = 3xy^2 + \sin(y^2 - 1) - z^2 + 4x.$$

a) Bestäm de partiella förstaderivatorna till funktionen $f(x, y, z)$. (1,5p)

b) Bestäm $\nabla f(1,1,-2)$. (0,5p)

c) Beräkna riktningsderivatan till $f(x, y, z)$ i punkten $(1,1,-2)$ i riktningen given av vektorn $\bar{v} = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$. (1,5p)

d) Bestäm $f_{22}(x, y, z)$ och $f_{212}(x, y, z)$. (1,5p)

2. Visa att gränsvärdet

$$\lim_{(x,y)\to(1,2)} \frac{y-2}{2x-y}$$

inte existerar. (3p)

3. Bestäm största och minsta värde för funktionen

$$f(x, y) = xe^y - x^2y$$

på rektangeln med hörn i (0,0), (2,0), (0,3) och (2,3). Klassificera även eventuella stationära punkter på det aktuella området. (5p)

Vänd!

4. Med hjälp av en dubbelintegral kan man beräkna volymen av kroppen under ytan $f(x,y) = x^3y^2$ och ovanför det område som begränsas av $x^2 + y^2 \leq 1$, $x \geq 0$ och $y \geq 0$. Ställ upp både en "*dydx*-integral" och en "*dxdy*-integral" som beskriver volymen. Bestäm sedan volymen. För att få full poäng ska man räkna ut båda integralerna. (6p)

5. Lotten ska tillverka en låda i form av ett rätblock där summan av lådans omkrets (vågrätt sett) och höjd ska vara 240 cm. Vilka mått ska lådan ha för att volymen ska bli så stor som möjligt? Vad blir volymen? Använd Lagranges multiplikatormetod för att lösa uppgiften. (5p)

Lycka till!