



### Försättsblad Prov Original

Kurskod	Provkod	Tentamensdatum
M A 1 1 7 G	T 1 0 0	2 0 1 8 - 0 8 - 2 4
Kursnamn	Matematik GR (A), Algebra för ingenjörer	
Provnamn	Tentamen	
Ort	Sundsvall	
Termin	H18	
Ämne	Matematik	

Skriptid: 5 timmar

Hjälpmedel: Bifogad formelsamling (Matematisk formelsamling, Upplaga 4)  
samt godkänd, ej symbolhanterande miniräknare.

Till alla uppgifter skall fullständiga lösningar lämnas. Resonemang, ekvationslösningar och uträkningar får inte vara så knapphändiga att de blir svåra att följa. En uppgift per blad, skriv endast på en sida.

Betyg sätts efter hur väl lärandemålen är uppfyllda. Riktvärden för betygen är A 22 p, B 18 p, C 14 p, D 10 p och E 9 p.

1. Bestäm alla reella lösningar till följande ekvationer.

a)  $5 \cdot 3^{2x} = 2 \cdot 7^x$  (1 p)

b)  $\lg(x) = -1 + \lg(5)$  (1 p)

OBS:  $\lg$  betecknar 10-logaritmen

2. Låt följande matriser vara givna.

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 5 \\ 4 & 7 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} -1 & 2 & -2 \\ 5 & 0 & 3 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 0 & 2 & 2 \\ 1 & 0 & 2 \end{bmatrix}$$

a) Beräkna  $AB$ ,  $BC$  och  $AB - BC$ . (1,5)

b) Beräkna  $\det(A)$  och  $\det(C)$ . (1 p)

3. Bestäm alla reella tal  $x$  som uppfyller olikheten nedan.

$$\frac{2}{x-2} + \frac{1}{x} \geq \frac{3}{x^2 - 2x} \quad (2p)$$

4. a) Bestäm alla lösningar till ekvationssystemet nedan.

$$\begin{cases} x - y - z = 8 \\ 2x - 4y + z = 17 \\ -3x + 2y + 4z = 25 \end{cases} \quad (1p)$$

b) Låt  $p(x) = ax^2 + bx + c$ . Beräkna  $p(-1)$ ,  $p(1)$  och  $p(2)$  och använd dessa uttryck för att bestämma koefficienterna  $a$ ,  $b$  och  $c$  så att polynomet uppfyller  $p(-1) = 1$ ,  $p(1) = -1$  och  $p(2) = 4$ . (2 p)

5. a) Bestäm rötterna till polynomet  $z^2 - 4z + 5$ . (1 p)

b) Bestäm real- och imaginärdelen till komplexa talet  $2i(4 - i) + \frac{1}{i - 2}$ . (1,5 p)

c) Uttryck komplexa talet  $i - \sqrt{3}$  på potensform, dvs. på formen  $re^{i\varphi}$ . (1 p)

6. a) Bestäm kvot och rest när polynomet  $x^5 - 12x^4 + 3x + 5$  delas med  $x^3 + 2x$ . (1 p)
- b) Talet 15 är en rot till polynomet  $x^4 - 12x^3 - 45x^2 - 2x + 30$ . Bestäm de övriga rötterna. (2 p)
7. Givet är punkterna  $P = (3, -1, 1)$ ,  $Q = (4, 1, 4)$  och  $R = (6, 0, 4)$ .
- a) Visa att  $P$ ,  $Q$  och  $R$  är hörn i en rätvinklig triangel. (1 p)
- b) Bestäm en ekvation för planet genom punkterna  $P$ ,  $Q$  och  $R$ , dvs. beskriv planet på parameterfri form. (1,5 p)
- c) Bestäm koordinaterna för den punkt på linjen genom  $P$  och  $R$  som ligger närmast  $Q$ . (1,5 p)
8. a) Härled den trigonometriska formeln
- $$\sin(x) + \cos(x) = \sqrt{2} \sin(x + \pi/4)$$
- och använd den för att lösa ekvationen
- $$\sin(x) + \cos(x) = \sqrt{\frac{3}{2}}. \quad (2,5 p)$$
- b) Ett decimaltal är sådant att kvadratroten ur talet är 1 mindre än talet självt. Bestäm detta tal. (1,5 p)

Lycka till!