



Försättsblad Prov Original

Kurskod	Provkod	Tentamensdatum
M A O 7 4 G	M 1 0 0	2 0 1 8 - 0 8 - 3 1
Kursnamn	Matematik GR (A), Matematisk statistik och linjär algebra	
Provnamn	Skriftlig tentamen	
Ort	Sundsvall	
Termin	H18	
Ämne	Matematik	



Tentamen i Matematisk statistik och linjär algebra, 2018-08-31

Kurskod: MA074G (7,5 hp)

Skrivtid: 5 timmar

Hjälpmedel: Grafitande räknare som ej är symbolhanterande, bifogade formelblad samt Matematisk formelsamling, upplaga 4.

Lärare: Stefan Borell, Anders Holmbom, Marianne Olsson Lindberg, Cornelia Schiebold

Till alla uppgifter skall fullständiga lösningar lämnas. En uppgift per blad, skriv endast på en sida. Betyg sätts efter hur väl lärandemålen är uppfyllda. Riktvärde för betygen är: A 22p, B 18p, C 14p, D 10p, E 9p. Aspektuppgiften, markerad A, kan höja betyget om den utförs väl med god motivering.

Del 1: Linjär algebra

1. Givet är matriserna $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 2 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$ och $B = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -2 & 0 \end{pmatrix}$. Beräkna/bestäm

(om möjligt) AB , BA , B^{-1} , $\det(B)$, $\det(3B)$ samt $\det(B^4)$. (3p)

2. Givet är matriserna $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 2 & a & 4 \\ 1 & 2 & a \end{pmatrix}$ och $B = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 1 \\ 2 & 2 & 4 \\ 2 & 8 & 6 \end{pmatrix}$.

a) För vilka värden på a är matrisen A inverterbar?

b) Bestäm A^{-1} då $a = 3$.

c) Låt $a = 3$. Bestäm matrisen X så att $XAB^{-1} - I_3 = B^{-1}$. (3p)

3. För vilka värden på konstanterna a och b har ekvationssystemet

$$\begin{cases} x + y - z = 2 \\ x - 3y + z = 4 \\ 3x - y - az = b \end{cases}$$

a) exakt en lösning?

b) ingen lösning?

c) oändligt många lösningar? Lös ekvationssystemet i detta fall. (3p)

vänd!

4. Givet de tre punkterna $P = (1,2,-1)$, $Q = (1,2,0)$ och $R = (-1,0,1)$.
- Bestäm en ekvation för det plan som innehåller punkterna.
 - Bestäm arean av den triangel som har hörnen i de givna punkterna.
 - Bestäm vinkeln i hörnet R hos den triangel som har hörnen i de givna punkterna. (3p)

Uppgift A Låt $\vec{u} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$, $\vec{v} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$.

Skriv vektorn \vec{u} som en summa av två vektorer då en av vektorerna är parallell med \vec{v} och den andra vektorn är ortogonal mot \vec{v} .

Del 2: Matematisk statistik

5. En tidsoptimistisk person springer till bussen och missar den i tur och ordning 4, 8, 7, 11, 3 och 4 gånger per månad under ett halvår. Observationerna av antalet missade bussar per månad antas vara oberoende observationer från en och samma normalfördelning.
- Beräkna medelvärde och median för antal missade bussar per månad. (1p)
 - Beräkna standardavvikelsen för antal missade bussar per månad. (1p)
 - Bilda ett 95% konfidensintervall för antalet missade bussar per månad om vi vet att den rätta standardavvikelsen är 3. (1p)
 - Bilda ett 95% konfidensintervall för antalet missade bussar per månad om vi använder standardavvikelsen i materialet ovan som en skattning. (1p)
6. En båtägare försöker starta sin utombordsmotor varje morgon under en 10-dagars semesterperiod. Sannolikheten att den startar vid första rycket är 0.05. Vad är sannolikheten att den startar vid första rycket
- exakt 3 av morgnarna? (1p)
 - färre än 5 av morgnarna? (1p)
 - fler än 1 av morgnarna? (1p)
7. Bland innevånarna i Ragunda är 15% ägare till en älgstudsare, 35% har en hagelbössa och 10% både en älgstudsare och en hagelbössa. Vi frågar en slumpvis vald innevånare om denne innehar någon av dessa vapentyper. Vad är sannolikheten att innevånaren har
- en hagelbössa, men inte en älgstudsare? (1,5p)
 - endera en hagelbössa eller en älgstudsare, men inte båda? (1p)

vänd!

8. Träffsäkerheten hos en älgjägare avtar under ett 6-timmars jaktpass så att sannolikheten för att jägaren fäller en älg x timmar in i jaktpasset ges av frekvensfunktionen f sådan att

$$f(x) = \frac{1}{14}(3x^2 - 12x + 15), \quad 0 \leq x \leq 2,$$

och $f(x) = 0$ för övriga x . Det är bara tillåtet att fälla en älg.

- a) Beräkna sannolikheten för att jägaren fäller en älg mellan 1 och 2 timmar in i jaktpasset. (1,5p)
- b) Beräkna väntevärdet för hur lång tid det tar innan jägaren fäller en älg. (1p)

Lycka till!

Formler matematisk statistik

Diskreta fördelningar

Binomialfördelningen X är $\text{Bin}(N, p)$ där $0 < p < 1$ och $N \in \mathbb{N}$ om

$$p_X(k) = \binom{N}{k} p^k (1-p)^{N-k}, \quad k = 0, 1, \dots, N.$$

$$E(X) = Np, \quad V(X) = Np(1-p)$$

Hypergeometrisk fördelningen Låt $0 < p < 1$ och $N, n \in \mathbb{N}$ vara sådana att $2 \leq N$, $n < N$ och $Np \in \mathbb{N}$. X är $\text{Hyp}(N, n, p)$ om

$$p_X(k) = \frac{\binom{Np}{k} \binom{N(1-p)}{n-k}}{\binom{N}{n}}, \quad 0 \leq k \leq Np, \quad 0 \leq n-k \leq N(1-p).$$

$$E(X) = np, \quad V(X) = np(1-p) \frac{N-n}{N-1}$$

Poissonfördelningen X är $\text{Po}(\mu)$ där $\mu > 0$ om

$$p_X(k) = \frac{\mu^k}{k!} e^{-\mu}, \quad k = 0, 1, 2, \dots$$

$$E(X) = \mu, \quad V(X) = \mu$$

Kontinuerliga fördelningar

Likformig fördelning (Rektangelfördelning) X är $U(a, b)$ där $a < b$ om

$$f_X(x) = \begin{cases} \frac{1}{b-a} & \text{för } a < x < b \\ 0 & \text{annars} \end{cases}$$

$$E(X) = \frac{a+b}{2}, \quad V(X) = \frac{(b-a)^2}{12}$$

Exponentialfördelningen X är $\text{Exp}(\lambda)$ där $\lambda > 0$ om

$$f_X(x) = \begin{cases} \lambda e^{-\lambda x} & \text{för } x > 0 \\ 0 & \text{annars} \end{cases}$$

$$E(X) = \frac{1}{\lambda}, V(X) = \frac{1}{\lambda^2}$$

Normalfördelningen X är $N(\mu, \sigma)$ där $\mu \in \mathbb{R}$, $\sigma > 0$ om

$$f_X(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}.$$

$$E(X) = \mu, V(X) = \sigma^2$$