Försättsblad Prov Original

Kurskod	Provkod	Tentamensdatum
MA075G	Ö100	2018-08-31

Kursnamn	Matematik GR (A), Linjär algebra I
Provnamn	Tentamen
Ort	Östersund
Termin	H18
Ämne	Matematik

8982538474

0028156

Mittuniversitetet
MID SWEDEN UNIVERSITY

Tentamen i Linjär Algebra I, 2018-08-31

Kurskod: MA075G (7,5 hp) och MA073G (6 hp)
Skrivtid: 5 timmar
Hjälpmedel: Grafritande räknare som ej är symbolhanterande samt Matematisk formelsamling, upplaga 4.
Lärare: Marianne Olsson Lindberg, Cornelia Schiebold

Till alla uppgifter skall fullständiga lösningar lämnas. En uppgift per blad, skriv endast på en sida. Betyg sätts efter hur väl lärandemålen är uppfyllda. Riktvärde för betygen är: A 22p, B 18p, C 14p, D 10p, E 9p. Aspektuppgiften, markerad A, kan höja betyget om den utförs väl med god motivering.

1. Givet är matriserna $A=\begin{pmatrix}1&1\\0&2\\-1&1\end{pmatrix}$ och $B=\begin{pmatrix}3&1\\-2&0\end{pmatrix}$. Beräkna/bestäm (om möjligt) AB, BA, B^{-1}, $\det(B)$, $\det(3B)$ samt $\det(B^4)$. (3p)

2. Givet är matriserna $A=\begin{pmatrix}1&1&2\\2&a&4\\1&2&a\end{pmatrix}$ och $B=\begin{pmatrix}0&2&1\\2&2&4\\2&8&6\end{pmatrix}$.
   a) För vilka värden på a är matrisen A inverterbar?
   b) Bestäm A^{-1} då $a=3$.
   c) Låt $a=3$. Bestäm matrisen X så att $XAB^{-1}-I_3=B^{-1}$. (3p)

3. För vilka värden på konstanterna a och b har ekvationssystemet

$$\begin{cases} x+y-z=2\\ x-3y+z=4\\ 3x-y-az=b\end{cases}$$

   a) exakt en lösning?
   b) ingen lösning?
   c) oändligt många lösningar? Lös ekvationssystemet i detta fall. (3p)

4. Givet de tre punkterna $P=(1,2,-1)$, $Q=(1,2,0)$ och $R=(-1,0,1)$.
   a) Bestäm en ekvation för det plan som innehåller punkterna.
   b) Bestäm arean av den triangel som har hörnen i de givna punkterna.
   b) Bestäm vinkeln i hörnet R hos den triangel som har hörnen i de givna punkterna. (3p)

vänd!

5. Givet är vektorerna $\overline{v}_1 = \begin{pmatrix}1\\0\\1\\1\end{pmatrix}, \overline{v}_2 = \begin{pmatrix}2\\1\\-1\\1\end{pmatrix}, \overline{v}_3 = \begin{pmatrix}0\\2\\3\\0\end{pmatrix}$ och $\overline{v}_4 = \begin{pmatrix}1\\1\\4\\1\end{pmatrix}$.

   a) Visa att de givna vektorerna bildar en bas i $\boldsymbol{R}^4$.

   b) Skriv vektorn $\overline{w} = \begin{pmatrix}8\\1\\11\\7\end{pmatrix}$ som en linjärkombination av $\overline{v}_1$, $\overline{v}_2$, $\overline{v}_3$ och $\overline{v}_4$. (3p)

6. Bestäm egenvärdena och egenvektorer till matrisen $A = \begin{pmatrix}1 & 0 & -1\\-2 & -2 & -6\\2 & 0 & 4\end{pmatrix}$. (3p)

7. Givet är punkterna $P = (0,-1,-1)$ och $Q = (1,-2,1)$, samt planen $\pi_1 : 2x+4y-2z-1=0$ och $\pi_2 : x+3y+z=0$.

   a) Bestäm en ekvation för linjen genom punkterna P och Q, samt avgör om linjen är parallell med planet π_1. Motivera ditt svar.

   b) Bestäm en ekvation för skärningslinjen mellan planen π_1 och π_2. (3p)

8. Låt $T_1 : \boldsymbol{R}^2 \to \boldsymbol{R}^2$ vara den linjära avbildning som ger ortogonal projektion på y-axeln och låt $T_2 : \boldsymbol{R}^2 \to \boldsymbol{R}^2$ vara den linjära avbildning man får genom att rotera 45° moturs.

   a) Bestäm standardmatrisen för T_1 respektive T_2. Observera att bara svar inte ger full poäng.

   b) Bestäm standardmatrisen till den linjära avbildning i $\boldsymbol{R}^2$ som kan beskrivas som rotation 45° moturs följt av projektion på y-axeln. Är avbildningen inverterbar? Motivera ditt svar. (3p)

Uppgift A

Låt den linjära operatorn $T: \boldsymbol{R}^3 \to \boldsymbol{R}^3$ vara ortogonal projektion på planet $2x+y+2z=0$. Bestäm standardmatrisen till T.

Lycka till!

Tentamen i Linjär Algebra I, 2018-08-31

Kurskod: MA075G (7,5 hp) och MA073G (6 hp)
Skrivtid: 5 timmar
Hjälpmedel: Grafritande räknare som ej är symbolhanterande samt Matematisk formelsamling, upplaga 4.
Lärare: Marianne Olsson Lindberg, Cornelia Schiebold

Till alla uppgifter skall fullständiga lösningar lämnas. En uppgift per blad, skriv endast på en sida. Betyg sätts efter hur väl lärandemålen är uppfyllda. Riktvärde för betygen är: A 22p, B 18p, C 14p, D 10p, E 9p. Aspektuppgiften, markerad A, kan höja betyget om den utförs väl med god motivering.

1. Givet är matriserna $A=\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 2 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$ och $B=\begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -2 & 0 \end{pmatrix}$. Beräkna/bestäm

   (om möjligt) AB, BA, B^{-1}, $\det(B)$, $\det(3B)$ samt $\det(B^4)$. (3p)

2. Givet är matriserna $A=\begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 2 & a & 4 \\ 1 & 2 & a \end{pmatrix}$ och $B=\begin{pmatrix} 0 & 2 & 1 \\ 2 & 2 & 4 \\ 2 & 8 & 6 \end{pmatrix}$.

   a) För vilka värden på a är matrisen A inverterbar?
   b) Bestäm A^{-1} då $a=3$.
   c) Låt $a=3$. Bestäm matrisen X så att $XAB^{-1}-I_3=B^{-1}$. (3p)

3. För vilka värden på konstanterna a och b har ekvationssystemet

$$\begin{cases} x+y-z=2 \\ x-3y+z=4 \\ 3x-y-az=b \end{cases}$$

   a) exakt en lösning?
   b) ingen lösning?
   c) oändligt många lösningar? Lös ekvationssystemet i detta fall. (3p)

4. Givet de tre punkterna $P=(1,2,-1)$, $Q=(1,2,0)$ och $R=(-1,0,1)$.

   a) Bestäm en ekvation för det plan som innehåller punkterna.
   b) Bestäm arean av den triangel som har hörnen i de givna punkterna.
   b) Bestäm vinkeln i hörnet R hos den triangel som har hörnen i de givna punkterna. (3p)

vänd!

5. Givet är vektorerna $\bar{v}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \bar{v}_2 = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}, \bar{v}_3 = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix}$ och $\bar{v}_4 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 4 \\ 1 \end{pmatrix}$.

   a) Visa att de givna vektorerna bildar en bas i $\boldsymbol{R}^4$.

   b) Skriv vektorn $\bar{w} = \begin{pmatrix} 8 \\ 1 \\ 11 \\ 7 \end{pmatrix}$ som en linjärkombination av $\bar{v}_1$, $\bar{v}_2$, $\bar{v}_3$ och $\bar{v}_4$. (3p)

6. Bestäm egenvärdena och egenvektorer till matrisen $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ -2 & -2 & -6 \\ 2 & 0 & 4 \end{pmatrix}$. (3p)

7. Givet är punkterna $P = (0,-1,-1)$ och $Q = (1,-2,1)$, samt planen $\pi_1 : 2x + 4y - 2z - 1 = 0$ och $\pi_2 : x + 3y + z = 0$.

   a) Bestäm en ekvation för linjen genom punkterna P och Q, samt avgör om linjen är parallell med planet π_1. Motivera ditt svar.

   b) Bestäm en ekvation för skärningslinjen mellan planen π_1 och π_2. (3p)

8. Låt $T_1 : \boldsymbol{R}^2 \to \boldsymbol{R}^2$ vara den linjära avbildning som ger ortogonal projektion på y-axeln och låt $T_2 : \boldsymbol{R}^2 \to \boldsymbol{R}^2$ vara den linjära avbildning man får genom att rotera 45° moturs.

   a) Bestäm standardmatrisen för T_1 respektive T_2. Observera att bara svar inte ger full poäng.

   b) Bestäm standardmatrisen till den linjära avbildning i $\boldsymbol{R}^2$ som kan beskrivas som rotation 45° moturs följt av projektion på y-axeln. Är avbildningen inverterbar? Motivera ditt svar. (3p)

Uppgift A

Låt den linjära operatorn T: $\boldsymbol{R}^3 \to \boldsymbol{R}^3$ vara ortogonal projektion på planet $2x + y + 2z = 0$. Bestäm standardmatrisen till T.

Lycka till!