



Försättsblad Prov Original

Kurskod	MA129G	Provkod	S100	Tentamensdatum	2018 - 08 - 23
Kursnamn	Matematik GR (A), Differentialkalkyl				
Provnamn	Tentamen				
Ort	Sundsvall				
Termin	H18				
Ämne	Matematik				



Mittuniversitetet
MID SWEDEN UNIVERSITY

Tentamen i Differentialkalkyl, MA129G/MA130G

Datum: 2018-08-23

Lärare: Andreas Lind (070-6890822)

Hjälpmedel: Penna, linjal, godkänd miniräknare och Matematisk formelsamling upplaga 4

Till alla uppgifter skall fullständiga lösningar lämnas. Resonemang, ekvationslösningar och uträkningar får inte vara så knapphändiga att de blir svåra att följa. En uppgift per blad, skriv endast på en sida. Betyg sätts efter hur väl lärandemålen är uppfyllda. Riktvärden för betygen är A 22 p, B 18 p, C 14 p, D 10 p och E 9 p.

1. Beräkna, utan att använda l'Hôspitals regler, följande gränsvärden om de existerar

$$(a) \lim_{x \rightarrow 0^+} (\arctan(\ln(1/x)) - \ln(\arctan(1/x))). \quad (1 \text{ p})$$

$$(b) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x^3 + 2x + 1}{2x^3 - x^2 + 2}. \quad (1 \text{ p})$$

$$(c) \lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{x^2 + 3x} - \sqrt{x^2 + 1}). \quad (1 \text{ p})$$

2. Bestäm eventuella sneda asymptoter till följande funktioner. Motivera ifall de existerar eller ej, och ange dem, om de finns, på formen $y = kx + m$.

$$(a) f(x) = x + \sin(x) \quad (1 \text{ p})$$

$$(b) f(x) = x \arctan(x) \quad (1 \text{ p})$$

3. (a) Låt $f(x) = \sqrt{2x}$. Betäm Taylorpolynomet av ordning 3 kring $x = 2$. (1.5 p)

- (b) Använd resultatet i (a) för att bestämma ett närmevärde av $\sqrt{2}$. Hur stort blir felet? (1.5 p)

4. (a) Visa att ekvationen $\sin(x) = 1 - x$ har en rot i intervallet $[0, 1]$. (1 p)

- (b) Betrakta ekvationen $\sin(x) = 1 - x$. Använd Fixpunktsmetoden för att hitta ett närmevärde för roten i $[0, 1]$. Använd startvärdet $x_0 = 0,5$ och iterera metoden 5 gånger. (2 p)

$$\text{Fixpunktsmetoden: } x_{n+1} = f(x_n)$$

5. Skissera kurvan

$$\begin{cases} x(t) = 1 - \sqrt{4 - t^2} \\ y(t) = 2 + t \end{cases}$$

för $-2 \leq t \leq 2$. Tänk på att motivera vart kurvan är konvex/konkav och använd teckenschema för att visa vilken riktning kurvan går åt. Markera tydligt i bilden vilken riktning kurvan rör sig. (3 p)

6. Hitta tangentens ekvation för $\sin(x/y) + \arctan(y/(x+1)) = \pi/4$ i $(0, 1)$. (1 p)

7. Beräkna följande gränsvärden på valfritt sätt

$$(a) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - e^{\sin(x)}}{x - \sin(x)}. \quad (1 \text{ p})$$

$$(b) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 \arctan(x)}{3 \sin(2x)}. \quad (1 \text{ p})$$

$$(c) \lim_{x \rightarrow \infty} (x^2 + 7)^{1/x}. \quad (1 \text{ p})$$

8. Låt

$$f(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2 + 1}}.$$

Skissera $y = f(x)$ med avseende på konvexitet/konkavitet, inflektionspunkter, max/min-punkter och asymptoter.

(3 p)

9. Låt $f(x) = x^{-\alpha}$ där $x > 0$ och där $\alpha \in \mathbb{R}$ är en positiv konstant. I en godtycklig punkt $(x_0, f(x_0))$, där $x_0 > 0$, dras tangenten till kurvan. Låt $A(x_0)$ beteckna arean av det område som ges av x -axeln, y -axeln och tangenten. För vilka α är arean konstant, dvs oberoende av x_0 ? Vad blir arean? (Rita figur!)

(3 p)

Lycka till!