Mittuniversitetet
MID SWEDEN UNIVERSITY

Försättsblad Prov Original

Kurskod	Provkod	Tentamensdatum
MA068G	T100	2018-08-28

Kursnamn	Matematik GR (B), Flervariabelanalys
Provnamn	Tentamen
Ort	Sundsvall
Termin	H18
Ämne	Matematik

MA068G, MA078G
Flervariabelanalys
28 augusti, 2018
Hjälpmedel: Formelsamling och miniräknare

Egmont Porten

Tentamen

Lösningar skall presenteras på ett sådant sätt att räkningar och resonemang blir lätta att följa. Avsluta varje lösning med ett tydligt svar!

För att bli godkänd på kursen krävs att du uppnår minst 10 poäng och att du uppfyller kursens lärandemål. Om du behandlar den frivilliga uppgiften 10 väl så kan ditt betyg höjas ett steg. Lycka till!

Observera !!! *Avsnittet om flervariabelanalys i formelsamlingen innehåller* **två fel**. *De korrekta formlerna finns på slutet av tentan.*

1. Hitta alla kritiska punkter av $f(x,y) = x^2 + 2xy + 2y^2 - 6x + 3$ och avgör för varje kritisk punkt om den är ett lokalt maximum, ett lokalt minimum eller en sadelpunkt. (2p)

2. Hitta de globala extrempunkterna för funktionen

$$f(x,y) = 2xy + x^2$$

på rektangeln given genom $0 \leq x \leq 2$ och $-2 \leq y \leq 1$. (3p)

3. Integrera funktionen y över det ändliga område som blir instängt av de tre linjerna $x = 0$, $x = 1$ och $y = -1$ och kurvan $y = x^2$. (2p)

4. Integrera funktionen xy över snittet av skivan $x^2 + y^2 \leq 4$ och halvplanet $y \geq 0$. (2p)

5. Beräkna linjeintegralen $\int_{\mathcal{C}} \mathbf{F} \bullet d\mathbf{r}$ av vektorfältet $\mathbf{F} = -y\mathbf{i} + x^2\mathbf{j}$ längs sträckan $\mathcal{C}$ från $(0,1)$ till $(1,3)$. (3p)

6. Hitta flödet av vektorfältet $\mathbf{F} = x\mathbf{i} + 2y\mathbf{j} + (x + 2y)\mathbf{k}$ uppåt genom ytan given genom $z = 1 - x + y$ och $x^2 + y^2 \leq 1$. (3p)

7. Hitta en potential till vektorfältet

$$\mathbf{F} = (2xz - e^x)\,\mathbf{i} + \frac{z^2}{2}\,\mathbf{j} + (x^2 + yz - 2)\,\mathbf{k}.$$

Vad är linjeintegralen av $\mathbf{F}$ över kurvan parametriserad genom
$\mathbf{r}(t) = \cos t\,\mathbf{i} - \mathbf{j} + \sin t\,\mathbf{k}$, $0 \leq t \leq \pi$? (3p)

8. Låt $\mathbf{F}$ och $\mathbf{G}$ vara glatta vektorfält definierade på $\mathbb{R}^3$. Bevisa identiteten

$$\nabla \bullet (\mathbf{F} \times \mathbf{G}) = (\nabla \times \mathbf{F}) \bullet \mathbf{G} - \mathbf{F} \bullet (\nabla \times \mathbf{G}).$$

(3p)

9. Bestäm

$$\int_C (y^2 - \sin x)dx + (2xy + x + y^5)dy,$$

där C är den medurs orienterade randen av halvskivan $x^2 + y^2 < 1$, $y > 0$. (3p)

10. (frivillig) Beräkna trippelintegralen $\iiint_K (x^2 + y^2)\,dx\,dy\,dz$ där området K är snittet av klotet $x^2 + y^2 + z^2 \leq 4$ och $z \geq 0$.

Korrektur till formelsamlingen

Polära koordinater

$$\begin{aligned} x &= r\cos(\theta) \\ y &= r\sin(\theta) \end{aligned}$$

$$dx\,dy = r\,dr\,d\theta$$

Greens formel För ett vektorfält $\mathbf{F}(x,y) = F_1(x,y)\mathbf{i} + F_2(x,y)\mathbf{j}$

$$\oint_C F_1(x,y)dx + F_2(x,y)dy = \iint_D \left(\frac{\partial F_2}{\partial x} - \frac{\partial F_1}{\partial y}\right) dA$$

där D är ett begränsat område i xy-planet med positivt orienterad rand C