Mittuniversitetet
MID SWEDEN UNIVERSITY

Försättsblad Prov Original

Kurskod	Provkod	Tentamensdatum
ET079G	T102	2018-08-31

Kursnamn	Elektroteknik GR (C), Signalteori
Provnamn	Tentamen
Ort	Sundsvall
Termin	H18
Ämne	Elektroteknik

8982538474

0026853

Mittuniversitetet

MID SWEDEN UNIVERSITY

Avdelningen för Informationssystem och -teknologi
Mårten Sjöström, Tel: 010-142 8836
Email: marten.sjostrom@miun.se

Tentamen
ET079G Signalteori

Datum 2018-08-31
Skrivtid 5 timmar
Preliminära betygsgränser: 50%: E, 60%: D, 70%: C, 80%: B, 90%: A
Tentamen består av fyra uppgifter med maximalt 10 poäng för varje uppgift.

Tillåtna hjälpmedel:
- Papper, penna, radergummi
- Kursboken : *Signalteori* av P. Händel, R. Ottoson, H. Hjalmarsson
  (inga andra separata papper eller annat kursmaterial är tillåtet),
- Formelsamling: Beta Mathematics Handbook (eller liknande med tillstånd)
- Formelsamling i signalbehandling (KTH)
- Matematisk formelsamling (MIUN) som finns att köpa i Servicecenter
- INGEN miniräknare tillåten

Anvisningar:
- Skriv tydligt. Varje uppgift med deluppgifter (a, b, etc.) ska presenteras på ett eget blad.
- Varje steg i lösningen måste motiveras.

---

1) Bestäm om följande signaler är svagt stationära eller inte.

a) Den tidsdiskreta processen

$$Y(n) = X^2(n)$$

där $X(n)$ är en sekvens av oberoende stokastiska variabler med medelvärde noll, varians σ_X^2 och $\mathrm{E}[X^4(n)] = \lambda$. (3p)

b) Den tidskontinuerliga processen

$$Y(t) = \sin(2\pi f_0 t + \Theta)$$

där Θ är rektangelfördelad över $[0, \pi/2[$. (3p)

c) Den tidsdiskreta processen

$$Y(n) = \sum_{k=0}^{N-1} X(k)Z(n-k)$$

där $X(n)$ och $Z(n)$ är två svagt stationära processer oberoende av varandra. (4p)

2) En signal modelleras med

$$X(n) = a \cdot (-1)^n + V(n)$$

där a är en konstant och bruset $V(n)$ är en svagt stationär process med medelvärde noll och autokorrelationsfunktionen

$$r_V(k) = 2 \cdot 0.2^{|k|}$$

a) Bestäm medelvärdet för $X(n)$ (4p)

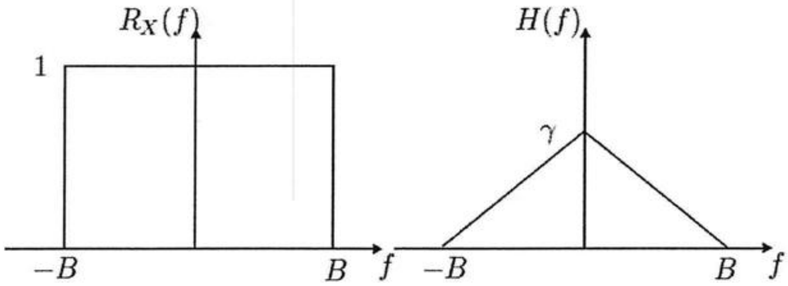
b) Bestäm autokorrelationsfunktionen för $X(n)$ (4p)

c) Är $X(n)$ svagt stationär? (2p)

3) En signal $Y(t)$ skapas genom linjär filtrering beskriven av

$$Y(t) = h(t) * X(t)$$

där $X(t)$ är en svagt stationär stokastisk process med effektspektrum $R_X(f)$ enligt figuren nedan. Fouriertransformen $H(f)$ av filtrets impulssvar $h(t)$ ges också av figuren. Bestäm värdet på konstanten $\gamma > 0$ så att signalens medeleffekt $P_Y = \mathrm{E}[Y^2(t)] = 1$. (10p)



4) En stokastisk process samplas och rekonstrueras med PAM enligt figuren nedan. Θ är rektangelfördelad över $[0, T]$. Effektspektrum för $X(n)$ ges av $R_X(f) = e^{-a|f|}$ och pulsformen $p(t)$ som används till PAM är

$$p(t) = \frac{\sin(\pi t/T)}{\pi t/T}$$

För att reducera rekonstruktionsfelet $P_\epsilon = E\left[\left(X(t) - \hat{X}(t)\right)^2\right]$, tillämpas ett vikningsfilter med frekvensfunktion

$$H(f) = \begin{cases} 1, & |f| \le \dfrac{1}{2T} \\ 0 & |f| > \dfrac{1}{2T} \end{cases}$$

a) Bestäm rekonstruktionsfelet $P_\epsilon = E\left[\left(X(t) - \hat{X}(t)\right)^2\right]$ (5p)

b) Antag att vikningsfiltret $H(f)$ tas bort. Vad är P_ϵ i detta fall? (5p)