Mittuniversitetet
MID SWEDEN UNIVERSITY

Försättsblad Prov Original

Kurskod	Provkod	Tentamensdatum
MA075G	Ö200	2018-09-25

Kursnamn	Matematik GR (A), Linjär algebra I
Provnamn	Dugga
Ort	Östersund
Termin	H18
Ämne	Matematik

8982538474

0028423

Mittuniversitetet

MID SWEDEN UNIVERSITY

Dugga i Linjär algebra 1, 7,5 hp, 2018-09-25, kl. 14:00–17:00

Kurskod: MA075G
Skrivtid: 3 timmar
Hjälpmedel: Grafritande räknare som ej är symbolhanterande samt Matematisk formelsamling, senaste upplagan.
Lärare: Jens Persson

Till alla uppgifter skall fullständiga lösningar lämnas. En uppgift per blad, skriv endast på en sida. Maxpoäng är 24. För godkänt resultat krävs 10p. Godkänt resultat innebär tillgodoräknad första uppgift på tentamen.

1. Givet är matriserna

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ -1 & 3 \\ 1 & -2 \end{pmatrix} \quad \text{och} \quad B = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 1 & -3 \end{pmatrix}.$$

a) Beräkna (om möjligt) A^T. (0,5p)
b) Beräkna (om möjligt) $A + B$. (0,5p)
c) Beräkna (om möjligt) AB. (0,5p)
d) Beräkna (om möjligt) BA. (0,5p)
e) Beräkna (om möjligt) $\det(B)$. (0,5p)
f) Beräkna (om möjligt) $\det(-3B)$. (0,5p)
g) Beräkna (om möjligt) B^{-1}. (0,5p)
h) Beräkna (om möjligt) $B^{-1}B$. (0,5p)

I de fall då det inte är möjligt att genomföra beräkningen, förklara varför.

2. Givet är vektorerna $\vec{u} = \begin{pmatrix} 2 \\ -2 \\ -1 \end{pmatrix}$ och $\vec{v} = \begin{pmatrix} 5 \\ -2 \\ -4 \end{pmatrix}$ och punkten $P(1, -2, 3)$.

a) Beräkna $\vec{u} \cdot \vec{v}$. Är vektorerna vinkelräta mot varandra? (0,5p)
b) Beräkna $\vec{u} \times \vec{v}$. (0,5p)
c) Bestäm alla enhetsvektorer som är vinkelräta mot både $\vec{u}$ och $\vec{v}$. (1p)
d) Beräkna arean av det parallellogram som vektorerna $\vec{u}$ och $\vec{v}$ spänner upp. (1p)
e) Bestäm en ekvation för den linje som är parallell med $\vec{u}$ och som går genom punkten P. (1p)
f) Bestäm på normalform ekvationen för det plan som är parallellt med $\vec{u}$ och $\vec{v}$ och går genom punkten P. (1p)

Vänd!

3. Givet är matriserna

$$A = \begin{pmatrix} 3 & -1 & 2 \\ 1 & 1 & 3 \\ 3 & -2 & 0 \end{pmatrix} \quad \text{och} \quad = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

a) Visa att inversen till A, d.v.s. A^{-1}, existerar utan att bestämma densamma. (1p)

b) Bestäm A^{-1}. (2p)

c) Lös matrisekvationen $A^{-1}XA = B$ för en okänd (3×3)-matris X. (2p)

4. För vilka värden på konstanterna a och b har ekvationssystemet

$$\begin{cases} 2x - y = 3 \\ -3x + 4y - 2z = 0 \\ 2x + 4y + az = b \end{cases}$$

a) exakt en lösning? (1,5p)

b) ingen lösning? (1,5p)

c) oändligt många lösningar? Lös systemet i detta eller dessa fall. (2p)

5. Bestäm avståndet (det kortaste) mellan de två planen

$$6x - 2y + 3z = 9$$

och

$$-12x + 4y - 6z = 10.$$

Formeln given i formelsamlingen kan användas som hjälp för att kontrollera ditt svar, men för att erhålla full poäng krävs redovisning av resonemang och uträkningar som visar hur du har kommit fram till ditt resultat. (5p)

Lycka till!