Mittuniversitetet
MID SWEDEN UNIVERSITY

# Försättsblad Prov Original

| Kurskod | Provkod | Tentamensdatum |
|---|---|---|
| MA074G | T300 | 2018-10-31 |

| | |
|---|---|
| Kursnamn | Matematik GR (A), Matematisk statistik och linjär algebra |
| Provnamn | Skriftlig tentamen, Linjär algebra |
| Ort | Östersund |
| Termin | H18 |
| Ämne | Matematik |

8982538474

0028744

MA074G

Mittuniversitetet
MID SWEDEN UNIVERSITY

# Omtentamen i Matematisk statistik och linjär algebra, 7,5 hp, del 1 (linjär algebra), 2018-10-31, kl. 8:00–11:00

**Kurskod:** MA074G
**Skrivtid:** 3 timmar
**Hjälpmedel:** Grafritande räknare som ej är symbolhanterande samt Matematisk formelsamling, upplaga 5.
**Lärare:** Jens Persson

Till alla uppgifter skall fullständiga lösningar lämnas. En uppgift per blad, skriv endast på en sida. Betyg sätts efter hur väl lärandemålen är uppfyllda. Maxpoäng är 24. Riktvärde för betygen är: A 22p, B 18p, C 14p, D 10p, E 9p.

1. Givet är matriserna

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -4 \\ 2 & -3 \end{pmatrix} \quad \text{och} \quad B = \begin{pmatrix} 0 & 5 & -1 \\ -2 & 3 & 1 \end{pmatrix}.$$

a) Beräkna (om möjligt) $AB$. (0,5p)
b) Beräkna (om möjligt) $BA$. (0,5p)
c) Beräkna (om möjligt) $\det(A)$. (0,5p)
d) Beräkna (om möjligt) $\det(5A)$. (0,5p)
e) Beräkna (om möjligt) $\det(A^3)$. (0,5p)
f) Beräkna (om möjligt) $A^{-1}$. (1p)

I de fall då det inte är möjligt att genomföra beräkningen, förklara varför.

2. Givet är vektorerna $\vec{a} = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix}$, $\vec{b} = \begin{pmatrix} 4 \\ 5 \end{pmatrix}$, $\vec{u} = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}$ och $\vec{v} = \begin{pmatrix} 4 \\ -5 \\ 7 \end{pmatrix}$ och punkterna $P(2,-1,5)$, $Q(4,0,4)$ och $R(-3,2,0)$.

a) Visa att vektorerna $\vec{a}$ och $\vec{b}$ inte är vinkelräta mot varandra. (0,5p)
b) Bestäm arean hos den triangel som vektorerna $\vec{a}$ och $\vec{b}$ spänner upp. (0,5p)
c) Beräkna vinkeln mellan vektorerna $\vec{u}$ och $\vec{v}$. (0,5p)
d) Beräkna $\vec{u} \times \vec{v}$. (1p)
e) Bestäm alla enhetsvektorer som är vinkelräta mot både $\vec{u}$ och $\vec{v}$. (1p)
f) Bestäm på parameterform en ekvation för den linje som går genom punkterna $P$ och $Q$. (1p)
g) Bestäm på normalform ekvationen för det plan som spänns upp av punkterna $P$, $Q$ och $R$. (1p)

*Vänd!*

3. Givet är matriserna

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 \\ 3 & -1 & 3 \\ 2 & -1 & 2 \end{pmatrix} \text{ och } \vec{b} = (2 \quad -1 \quad 1).$$

a) Visa att inversen till $A$, d.v.s. $A^{-1}$, existerar utan att bestämma densamma. (1,5p)
b) Bestäm $A^{-1}$. (2p)
c) Lös ekvationen $XA = \vec{b}^T\vec{b}$ för en okänd $(3 \times 3)$-matris $X$. (1,5p)

4. För vilka värden på konstanterna $a$ och $b$ har ekvationssystemet

$$\begin{cases} -3x + 2y + 3z &= -2 \\ 9x + ay + 3z &= b \\ 3x + 2y + 3z &= 1 \end{cases}$$

a) exakt en lösning? (1p)
b) ingen lösning? (2p)
c) oändligt många lösningar? Lös systemet i detta eller dessa fall. (2p)

5. Bestäm avståndet mellan punkten $Q(-3,1,4)$ och planet

$$8x - 4y + z = 3.$$

Formeln given i formelsamlingen kan användas som hjälp för att kontrollera ditt svar, men för att erhålla full poäng krävs redovisning av resonemang och uträkningar som visar hur du har kommit fram till ditt resultat. (5p)

*Lycka till!*