Mittuniversitetet
MID SWEDEN UNIVERSITY

Försättsblad Prov Original

Kurskod	Provkod	Tentamensdatum
MA078G	T110	2018-10-29

Kursnamn	Matematik GR (B), Flervariabelanalys
Provnamn	Skriftlig tentamen
Ort	Sundsvall
Termin	H18
Ämne	Matematik

MA068G, MA078G Egmont Porten
Flervariabelanalys
29 oktober, 2018
Hjälpmedel: Mittuniversitetets formelsamling, upplaga 5, och miniräknare som inte är symbolhanterande

Tentamen

Lösningar skall presenteras på ett sådant sätt att räkningar och resonemang blir lätta att följa. Avsluta varje lösning med ett tydligt svar!

För att bli godkänd på kursen krävs att du uppnår minst 10 poäng och att du uppfyller kursens lärandemål. Om du behandlar den frivilliga uppgiften 9 väl så kan ditt betyg höjas ett steg. Lycka till!

1. Hitta de globala extrempunkterna för funktionen $f(x,y) = xy - y$ på triangeln given genom $x \leq 1$, $y \geq 0$ och $x \geq y$. (3p)

2. **a)** Integrera y^2 över triangeln med hörn i $(0,0)$, $(1,0)$ och $(2,1)$.
b) Integrera x över området givet av $1 \leq x^2 + y^2 \leq 4$ och $|y| \leq x$. (3p)

3. Beskriv fältlinjerna till vektorfältet

$$\mathbf{F} = x\mathbf{i} + \frac{y}{4}\mathbf{j}.$$

Rita en skiss för vektorfältet och dess fältlinjer. (3p)

4. Beräkna linjeintegralen

$$\int_C \mathbf{F} \bullet d\mathbf{r},$$

för vektorfältet $\mathbf{F} = x\mathbf{i} + \mathbf{k}$ och kurvan C parametriserad genom

$$\mathbf{r}(t) = a(\cos t\,\mathbf{i} + \sin t\,\mathbf{j}) + \mathbf{k},\ 0 \leq t \leq 4\pi,$$

med en konstant $a > 0$. (3p)

5. Hitta flödet av vektorfältet $\mathbf{F} = (x+y)\mathbf{j} - x\mathbf{k}$ uppåt genom ytan given som grafen av $z = x^2 - y^2$ över kvadraten $-1 \leq x \leq 1$, $-1 \leq y \leq 1$. (3p)

6. Hitta en potential till vektorfältet

$$\mathbf{F} = (\cos x + y^2 z)\,\mathbf{i} + (2xyz - z^2)\,\mathbf{j} + (xy^2 - 2yz)\,\mathbf{k}.$$

Vad är linjeintegralen av $\mathbf{F}$ över kurvan parametriserad genom
$\mathbf{r}(t) = \cos(2\pi t)\,\mathbf{i} + (1-t)\,\mathbf{j} + t^8\,\mathbf{k}$, med $0 \le t \le 1$? (3p)

7. Låt g vara en glatt funktion på $\mathbb{R}^3$ och $\mathbf{F}$ ett glatt vektorfält på $\mathbb{R}^3$. Bevisa identiteten

$$\nabla \bullet (g\mathbf{F}) = (\nabla g) \bullet \mathbf{F} + g(\nabla \bullet \mathbf{F}).$$

(3p)

8. Bestäm

$$\int_{\mathcal{C}} (y^2 - \sin x)dx + (2xy + x + y^5)dy,$$

där $\mathcal{C}$ är den medurs orienterade randen av halvskivan $x^2 + y^2 < 1$, $y > 0$. (3p)

9. (frivillig) Låt

$$B = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 : (x-x_0)^2 + (y-y_0)^2 + (z-z_0)^2 \le R^2\}$$

vara en boll med centrum i (x_0, y_0, z_0) och radie $R > 0$. Visa att flödet av vektorfältet

$$\mathbf{F} = \frac{1}{3}(x\mathbf{i} + y\mathbf{j} + z\mathbf{k})$$

ur bollen B är lika med bollens volym. Vad gäller om man ersätter B med en tärning?