



Försättsblad Prov Original

Kurskod	Provkod	Tentamensdatum
M A 1 3 3 G	Ö 1 0 0	2 0 1 8 - 1 1 - 0 2
Kursnamn	Matematik GR (A), Envariabelanalys 1	
Provnamn	Tentamen	
Ort	Östersund	
Termin	H18	
Ämne	Matematik	

MA133A

Mittuniversitetet
Matematik
Anders Holmbom, Marianne Olsson Lindberg

Tentamen i Envariabelanalys 1 (7,5hp)

2018-11-02 kl. 08.00-13.00

Betygsgränser (gäller förutsatt att lärandemålen är uppfyllda):

E: 9p D: 10p C: 14p B: 18p A: 22p (Max: 24p)

Skriv tydliga och utförliga lösningar till alla uppgifter. Om du är godkänd på duggan behöver du inte lösa uppgift 1.

Hjälpmedel: Miniräknare (ej symbolhanterande) och Matematisk formelsamling, upplaga 5.

1. Lös ekvationerna

a) $e^{x^2-2x} = 1$ b) $\cos\left(2x - \frac{\pi}{3}\right) = \frac{1}{2}$ (1p+1p)

2. Hitta eventuella asymptoter samt max-, min- och terrasspunkter till funktionen

$$f(x) = \frac{x^3}{1-x}$$

Skissa även grafen. (2p)

3. Lös ekvationen

$$z^3 - 2z^2 - 9z + 18 = 0$$

om en lösning är $z = 1 + 2i$. (2p)

4. a) Skriv $\frac{1-2i}{1+2i}$ på formen $a + bi$. (1p)

b) Lös ekvationen

$$z^3 = \frac{i}{8} \quad (2p)$$

5. Bestäm talet a så att funktionen

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + 2a + 2, & x \leq 0 \\ \frac{a(e^x-1)}{x}, & x > 0 \end{cases}$$

blir kontinuerlig i $x = 0$. (2p)

6. a) Välj en definitionsmängd till funktionen

$$f(x) = \sin 3x$$

så att den blir inverterbar samt ange motsvarande värdemängd. (2p)

b) Bestäm inversen till f på den aktuella definitionsmängden. (2p)

7. Derivera

a) $f(x) = \sin(1 + x^2) + (1 + x^2) \sin x$ (1p)

b) $f(x) = \frac{\ln(1+x^2)}{(1+x^2)\ln x}$, $x > 0$ (1p)

8. Beräkna

a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3 \ln(1+2x)}{x}$ (1p)

b) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^{16} + 2e^x}{1+x^2+e^x}$ (1p)

9. En krokodil simmar genom ett tätande fiskstim med $50x^2$ fiskar inom räckhåll x minuter efter att den börjat simma. Krokodilen blir emellertid trött av att simma och om den attackerar fiskstimmet x minuter efter att den började simma fångar den $\frac{100}{1+x^2\sqrt{x}}$ procent av de fiskar som är möjliga att fånga. När ska krokodilen anfalla för att fånga så många fiskar som möjligt? (3p)

10. Lös olikheten

$$x^2 + |x| > 2. \quad (2p)$$