Försättsblad Prov Original

Kurskod	Provkod	Tentamensdatum
MA134G	Ö100	2018-12-07

Kursnamn	Matematik GR (A), Envariabelanalys 2
Provnamn	Tentamen
Ort	Östersund
Termin	
Ämne	

Mittuniversitetet
MID SWEDEN UNIVERSITY

Tentamen i Envariabelanalys 2, 7,5 hp, 2018-12-07, kl. 8:00–13:00

Kurskod: MA134G
Skrivtid: 5 timmar
Hjälpmedel: Grafritande räknare som ej är symbolhanterande samt Matematisk formelsamling, upplaga 5.
Lärare: Jens Persson

Till alla uppgifter skall fullständiga lösningar lämnas. En uppgift per blad, skriv endast på en sida. Betyg sätts efter hur väl lärandemålen är uppfyllda. Maxpoäng är 24. Riktvärde för betygen är: A 22p, B 18p, C 14p, D 10p, E 9p.

1. a) Derivera funktionen $f(x) = \dfrac{2^x}{\sin x} + \mathrm{e}^{\arctan x} \ln x$. (1p)

   b) Ekvationen $40 + x^3y^3 + x^5y^5 = 0$ bestämmer en kurva i xy-planet som går genom punkten $(x,y) = (-1,2)$. Bestäm lutningen hos kurvan i denna punkt. (1p)

   c) Bestäm inversderivatan $(g^{-1})'(30)$ för funktionen $g(x) = x^5 - x$. (1p)

2. Beräkna

   a) den bestämda integralen $\displaystyle\int_{-3}^{-2} 90x(x+3)^8\,\mathrm{d}x$, (1p)

   b) den bestämda integralen $\displaystyle\int_0^1 \frac{\mathrm{d}x}{(1+x^2)\sqrt{\arctan x}}$, (1p)

   c) den obestämda integralen $\displaystyle\int \frac{\mathrm{d}x}{x^2 - 5x + 6}$, (1p)

   d) den generaliserade integralen $\displaystyle\int_0^\infty \frac{\mathrm{e}^x}{1+\mathrm{e}^{2x}}\,\mathrm{d}x$. (1p)

3. Beräkna volymen av den kropp som uppstår då området mellan kurvan $y = \mathrm{e}^x$, den vertikala linjen $x = \ln 2$ och den horisontella linjen $y = 1$ roterar kring x-axeln

   a) med hjälp av en $\mathrm{d}x$-integral (d.v.s. ringmetoden), (1,5p)

   b) med hjälp av en $\mathrm{d}y$-integral (d.v.s. cylinderskalmetoden). (1,5p)

Vänd!

4. a) Beräkna båglängden av parameterkurvan $\begin{cases} x(t) = \dfrac{1}{2}t^6 \\ y(t) = \dfrac{1}{3}t^9 \end{cases}, \quad 0 \le t \le 3^{1/6}.$ (2p)

b) Givet är den polära kurvan $r = \sqrt{\cos 4\theta}$. Skissa kurvan samt beräkna arean av området som innesluts av kurvan. (2p)

5. a) Lös begynnelsevärdesproblemet $\begin{cases} y' - (\cos x)\sqrt{1-y^2} = 0 \\ y(0) = 0 \end{cases}.$ (1p)

b) Lös begynnelsevärdesproblemet $\begin{cases} y' + \dfrac{3y}{x+2} = x+2 \\ y(-1) = 2/5 \end{cases}.$ (1p)

c) Lös differentialekvationen $y'' + 6y' - 7y = 8e^{-7x}$. (1p)

6. a) Avgör huruvida serien $\displaystyle\sum_{k=1}^{\infty} \frac{k-1}{k^3+1}$ konvergerar eller divergerar. (1p)

b) Avgör huruvida serien $\displaystyle\sum_{k=1}^{\infty} \frac{\sqrt{(2k)!}}{k!}$ konvergerar eller divergerar. (1p)

7. a) Bestäm Taylorpolynomet $P_2(x)$ av ordning 2 kring $x = 1$ för $f(x) = x^x$. (Tips: Man skriver med fördel först om basen i x^x enligt $x = e^{\ln x}$.) (1,5p)

b) Använd Taylorpolynomet i a) för att approximera $\sqrt{2}^{\sqrt{2}}$. (0,5p)

8. a) André, Camilla, Jöns, Lotten, Mariette och Ronja är ett gäng matematiker som är ute och grillar i skogen på därför avsedd plats. Mattegänget beger sig ut i skogen i två lag för att plocka kvistar att elda med. André, Camilla och Jöns plockar 250 gram per minut tillsammans, och de allt mer ivriga Lotten, Mariette och Ronja plockar tillsammans i en takt som är, momentant per minut, 1/20 av den mängd som redan har plockats totalt. Antag att de började plocka kl. 18:00, hur mycket är klockan innan de har plockat ihop de 15 kg kvistar de anser att de behöver för att kunna börja grilla? Avrunda svaret till närmaste hel minut. (1,5p)

b) Några månader senare är mattegänget i fjällen. Nere i dalgången är det fortfarande barmark när de anländer på kvällen, men strax börjar det snöa. Det snöar 8 mm den första kvarten och för varje ny kvart så snöar det 4% mindre än den föregående. Hur djup snö ligger det på marken i dalgången när mattegänget kliver upp på förmiddagen nästa dag? Antag att ingen snö har smält och att man kan tänka sig att det har gått oändligt lång tid. (1,5p)

Lycka till!