



## Försättsblad Prov Original

Kurskod	Provkod	Tentamensdatum
M A 1 1 7 G	T 1 0 0	2 0 1 9 - 0 1 - 0 8
Kursnamn	Matematik GR (A), Algebra för ingenjörer	
Provnamn	Tentamen	
Ort	Sundsvall	
Termin		
Ämne		

Skriptid: 5 timmar  
Hjälpmedel: Matematisk formelsamling (Upplaga 5) samt godkänd, ej symbolhanterande miniräknare.

Till alla uppgifter skall fullständiga lösningar lämnas. Resonemang, ekvationslösningar och uträkningar får inte vara så knapphändiga att de blir svåra att följa. En uppgift per blad, skriv endast på en sida.

Betyg sätts efter hur väl lärandemålen är uppfyllda. Riktvärden för betygen är A 22 p, B 18 p, C 14 p, D 10 p och E 9 p.

1. Bestäm alla reella lösningar till respektive ekvation.

- a)  $1 + \cos(3x - \frac{\pi}{4}) = 0$  (1,5 p)  
b)  $\lg(4x + 22) - 2\lg(x + 2) = 1$  (1,5 p)  
c)  $2e^{-x} + 3 = 2e^x$  (1,5 p)

2. Låt följande matriser vara givna.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 2 & 1 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ -2 & 3 \\ 3 & -4 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}$$

- a) Beräkna  $AB - 2C$ . (1,5 p)  
b) Beräkna  $\det(BA)$ . (1 p)
3. a) Faktorisera polynomet  $x - x^2 + 2$ . (1 p)  
b) Kvadratkomplettera polynomet  $4x^2 - 6x + 7$ . (1 p)  
c) Bestäm kvot och rest när  $4x^2 - 6x + 7$  delas med  $x - x^2 + 2$ . (1 p)

4. Bestäm alla lösningar till följande ekvationssystem.

a) 
$$\begin{cases} -x - y - 5z = 1 \\ 2x + y + 7z = 2 \\ -3x + 2y = -17 \end{cases}$$
 (1,5 p)

b) 
$$\begin{cases} x - y + 3z = 8 \\ 2x - 3y + z = -1 \\ -3x + 2y + 4z = 13 \end{cases}$$
 (1,5 p)

5. För vilka tal  $a$  är  $x + 1$  en faktor i polynomet  $ax^2 - x + 4$ ? (1 p)

6. a) En partikel befinner sig i punkten  $(3, 1, 5)$  i rummet och rör sig mot planet  $x + y + z = 1$  längs en riktning som är vinkelrät mot detta plan. I vilken punkt kolliderar partikeln med planet? (1,5 p)
- b) Bestäm en ekvation för planet genom punkterna  $(2, 3, 0)$ ,  $(-1, 0, -6)$  och  $(3, -1, 2)$ . (2 p)

7. a) Förenkla komplexa talen

$$z = \frac{2}{3-i} \quad \text{och} \quad w = (3+i)^2(1-i) + (1-i)^2(3+i)$$

genom att skriva dem på formen  $a + bi$  där  $a$  och  $b$  är reella tal. (1,5 p)

- b) Bestäm en potensform för komplexa talet  $2 - i\sqrt{12}$ , dvs. skriv talet på formen  $re^{i\varphi}$ . (1,5 p)
- c) Visa att komplexa talet  $i$  är en rot till polynomet

$$z^4 - 4z^3 + 14z^2 - 4z + 13.$$

Bestäm även de övriga rötterna till polynomet. (2 p)

8. Beräkna determinanten till matrisen

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ -1 & -1 & -1 \\ 2 & 4 & 1 \end{bmatrix}$$

och bestäm dess invers. (1,5 p)

Lycka till!