



Försättsblad Prov Original

Kurskod	Provkod	Tentamensdatum
M A 1 3 3 G	Ö 1 0 0	2 0 1 9 - 0 1 - 0 9
Kursnamn	Matematik GR (A), Envariabelanalys 1	
Provnamn	Tentamen	
Ort	Östersund	
Termin		
Ämne		

Tentamen i Envariabelanalys 1 (7,5hp)

2019-01-09 kl. 08.00-13.00

Betygsgränser (gäller förutsatt att lärandemålen är uppfyllda):

E: 9p D: 10p C: 14p B: 18p A: 22p (Max: 24p)

Skriv tydliga och utförliga lösningar till alla uppgifter. Om du är godkänd på duggan behöver du inte lösa uppgift 1.

Hjälpmedel: Miniräknare (ej symbolhanterande) och Matematisk formelsamling, upplaga 5.

1. Lös ekvationerna

a) $\ln(2x^2 + 6x + 1) = 0$ b) $\sin\left(2x - \frac{\pi}{2}\right) = \frac{1}{2}$ (1p+1p)

2. Hitta eventuella asymptoter samt max-, min- och terrasspunkter till funktionen

$$f(x) = \frac{2x-3}{x-1}$$

samt skissa grafen. (2p)

3. Lös ekvationen

$$z^3 - 7z^2 + 4z - 28 = 0$$

om en lösning är $z = 2i$. (2p)

4. a) Skriv $\frac{3+i}{2-2i}$ på formen $a + bi$. (1p)

b) Lös ekvationen $z^3 = -8i$ (2p)

5. Bestäm talet a så att funktionen

$$f(x) = \begin{cases} x + a, & x < 0 \\ a, & x = 0 \\ \frac{\ln(1+x)}{x}, & x > 0 \end{cases}$$

blir kontinuerlig i $x = 0$. (2p)

6. a) Välj en definitionsmängd till funktionen

$$f(x) = \tan 5x$$

så att den blir inverterbar samt ange motsvarande värdemängd. (2p)

b) Bestäm inversen till f på den aktuella definitionsmängden. (2p)

7. Derivera

a) $f(x) = \ln(1 + e^{2x}) + (1 + \sqrt{x}) \cos x, x > 0.$ (1p)

b) $f(x) = \frac{\sin(1+x^2)}{\sqrt{x} \ln x}, x > 0$ (1p)

8. Beräkna

a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3 \sin(2x)}{x}$ (1p)

b) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{10x^{10} + 5x^5}{2x^2 + e^x}$ (1p)

9. En jakthund jagar ett byte. Efter x minuter har hunden krafter kvar för att springa maximalt $\frac{400}{10+x}$ km/h. Samtidigt ökar hundens motivation när den närmar sig bytet så att den springer $100(1 - e^{-x})\%$ av sin maxfart. När springer hunden som fortast? Ledning: du kommer inte att kunna lösa ut x på något enkelt sätt för att bestämma derivatans nollställe utan måste pröva dig fram på lämpligt sätt. (3p)

10. Lös olikheten

$$(x + |x|)^2 > 4. \quad (2p)$$

