



Försättsblad Prov Original

Kurskod	Provkod	Tentamensdatum
M A 1 1 5 G	T 1 2 0	2 0 1 9 - 0 1 - 1 1
Kursnamn	Matematik GR (A), Algebra	
Provnamn	Skriftlig tentamen, Problemlösning	
Ort	Sundsvall	
Termin		
Ämne		

Skriptid: 3 timmar

Hjälpmedel: Matematisk formelsamling (Upplaga 5) samt godkänd, ej symbolhanterande miniräknare.

Till alla uppgifter skall fullständiga lösningar lämnas. Resonemang, ekvationslösningar och uträkningar får inte vara så knapphändiga att de blir svåra att följa. En uppgift per blad, skriv endast på en sida.

Betyg sätts efter hur väl lärandemålen är uppfyllda. Riktvärden för betygen är A 22 p, B 18 p, C 14 p, D 10 p och E 9 p. Aspektuppgiften, markerad A, kan höja betyget om den utförs väl med god motivering.

1. Bestäm alla reella lösningar till följande ekvationer och olikheter:

(a) $\frac{(2-x)^2}{x+5} > 1-x;$ (2p)

(b) $|3x+2| \geq 18;$ (1p)

(c) $2^{1-x} = 5 - 2^{x+1};$ (2p)

(d) $\sqrt{3x+4} = 6x-7.$ (2p)

2. En av rötterna till polynomet

$$2z^5 - 9z^4 + 32z^3 - 54z^2 + 70z - 25, \quad z \in \mathbb{C}$$

är $1+2i$. Bestäm de övriga rötterna. (3p)

3. Låt $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ vara funktionen definierad genom $f(x) = x^2 - x\sqrt{8} + 4$.

(a) Kvadratkomplettera uttrycket $x^2 - x\sqrt{8} + 4$. (1p)

(b) Beräkna $f(\sqrt{2})$. (0,5p)

(c) Bestäm värdemängden V_f till f . (1,5p)

(d) Är f surjektiv? Motivera! (1p)

(e) Visa att f inte är injektiv. (2p)

4. (a) Är 829 ett primtal? Motivera! (1 p)

(b) Primtalsfaktorisera talen 11700 och 17472 och bestäm då största gemensamma delaren SGD(11700, 17472). (2 p)

(c) i. Bestäm ett heltal a så att $5a + 2 \cdot 13 = 1$.

ii. För alla heltal n , visa att det finns heltal s och t sådana att (2 p)

$$n = 5s + 13t.$$

5. (a) Skriv summan

$$\sum_{r=1}^{10} (-1)^r r^2$$

utan summatecken.

(1 p)

(b) Skriv summan

$$S = 1 \cdot 358 + 2 \cdot 356 + 3 \cdot 354 + 4 \cdot 352 + 5 \cdot 350 + 6 \cdot 348 + \dots + 120 \cdot 120$$

med hjälp av summatecken.

(2 p)

A. Visa med ett induktionsbevis att

$$\sum_{r=1}^n (-1)^r r^2 = \frac{(-1)^n n(n+1)}{2}$$

för alla heltal $n \geq 1$.

Lycka till!