Mittuniversitetet
MID SWEDEN UNIVERSITY

Försättsblad Prov Original

Kurskod	Provkod	Tentamensdatum
FY015G	T100	2019-01-18

Kursnamn	Fysik GR (A), Mekanik I
Provnamn	Tentamen
Ort	Sundsvall
Termin	
Ämne	

Skrivning i Mekanik I, 6 hp (FY015G) / Mekanik A, 7,5 hp (FY001G)

fredagen den 18 januari 2019 *Skrivtid: 5 timmar*

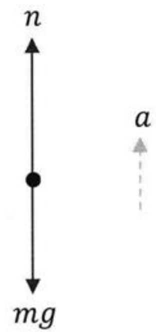
Begreppsdel:

1. Du står på en badrumsvåg i en hiss. Hissen börjar plötsligt röra sig uppåt. Vad händer med vågens utslag då hissen börjar röra sig? Förklara!

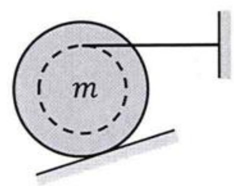
[2 p]

Svar: Vågens utslag ökar.

Motivering: Då hissen står stilla är den person som står på vågen i vila. Normalkraften från badrumsvågen är då lika stor som tyngdkraften på personen enligt newtons första lag. Då hissen börjar röra sig så uppåt så accelererar personen uppåt. Enligt newtons andra lag måste då nettokraften på personen vara riktad uppåt. Dvs., normalkraften från badrumsvågen blir då större än tyngdkraften, se friläggningen till höger. Vågen mäter storleken på normalkraften på vågen från personen, som enligt newtons tredje lag är lika med normalkraften på personen från vågen. Då normalkraften blir större så ökar vågens utslag.

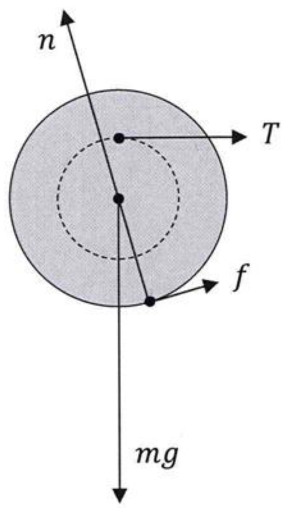


2. Jojon i figuren till höger är i statisk jämvikt. (Jojon befinner sig på ett lutande plan. Snöränden, som är fäst i väggen, är horisontell.) Frilägg **jojon**. Förklara respektive kraft.



[2 p]

Svar: Jojon påverkas av snörspänningen $\vec{T}$, tyngdkraften $m\vec{g}$, normalkraften från underlaget $\vec{n}$ och friktionskraften från underlaget $\vec{f}$. Då jojon är i jämvikt så måste nettokraften och nettovridmomentet vara noll.



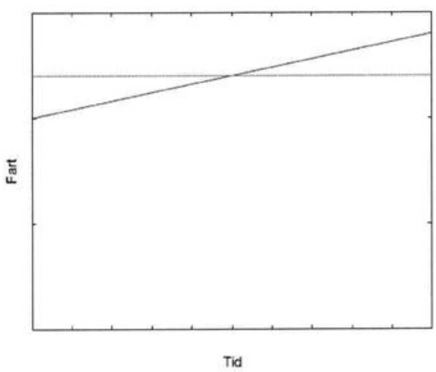
5. Du kör på en motorväg. En vän, i en annan bil, passerar dig. Vännen kör med konstant fart. Precis när vännen passerar börjar du accelerera för att hinna ifatt vännen. Du kör med konstant acceleration till dess att du kommer ifatt vännen. När du kommer ifatt vännen har bilarna då samma fart? Använd lämplig graf för att stödja ditt svar.

[2 p]

Svar: Nej, din bil har högre fart än din väns bil när du kommer ifatt vännen, se vt-grafen nedan.

Motivering: Vännens bil åker med konstant fart (se röda linjen i vt-grafen till höger) som är större än din bils ursprungliga fart. Din bil har konstant acceleration, vilket innebär att farten ökar linjärt med tiden (se blå linjen i vt-grafen).

Förflyttningen är lika med arean under kurvan i vt-grafen. Båda bilarna har förflyttat sig lika långt då du kommer ifatt vännen. För att arean under den blå kurvan ska vara lika stor som arean under den röda kurvan så måste din bil ha nått en högre fart än vännens bil då du kommer ifatt vännen.



6. Anta att flykthastigheten från planeten X bara är aningen större än flykthastigheten från jorden trots att planeten X är mycket större än jorden. Vad kan du säga om medeldensiteten för planeten X ? Är den större, ungefär lika stor eller mindre än jordens medeldensitet? Eller saknas det information för att avgöra detta? Motivera ditt svar.

[2 p]

Svar: Planeten X har en mindre medeldensitet än jorden.

Motivering: Flykthastigheten, v_f, från en planet fås genom att sätta summan av en partikels kinetiska energi och gravitationella potentiella energi vid planetens yta lika med noll (ty en partikel som har en mekanisk energi som är noll kan nå oändligt långt bort från planeten). Alltså:

$$\frac{mv_\mathrm{f}^2}{2} - \frac{GMm}{R} = 0$$

Planetens massa $M = \rho V = \rho 4\pi R^3/3$, där ρ är planetens medeldensitet och R dess radie. Vi får att flykthastigheten:

$$v_\mathrm{f} = \sqrt{\frac{2GM}{R}} = \sqrt{\frac{8\pi G}{3} \cdot \rho R^2} = \text{konstant} \cdot \sqrt{\rho R^2}$$

Om planet X är mycket större, dvs. har betydligt större radie R, så måste medeldensiteten ρ vara betydligt lägre för att flykthastigheten ska vara ungefär densamma.

(b) Sambandet $K_0 + U_0 = K_2 + U_2$ och ekvationerna ovan ger att:

$$\frac{mv_0^2}{2} + mgy_0 = \frac{mv_2^2}{2} + 0$$

Löser ut v_2:

$$v_2 = \sqrt{v_0^2 + 2gy_0} = \sqrt{30^2 + 2 \cdot 9{,}80 \cdot 12{,}0}\ \mathrm{m/s} = 33{,}69\ \mathrm{m/s}$$

Svar: (a) $y_{\mathrm{max}} = y_1 = 31$ m ; (b) $v_2 = 34$ m/s.

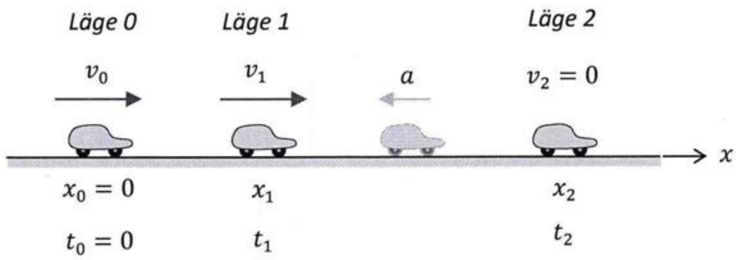
Kommentar: Vi kan lätt inse att v_2 måste vara något större än v_0, så svaret på (b)-uppgiften verkar rimligt. Då det finns alternativa sätt att lösa uppgiften, kan vi lösa den på ett annat sätt och kontrollera att vi får samma svar.

9. Då en bilist ska stanna en bil vid en nödinbromsning kan vi anta att det först tar en viss reaktionstid innan bilisten börjar inbromsningen, och att bilen sedan bromsas in med konstant acceleration. Anta att den totala sträckan som bilen förflyttar sig innan den stannar är 56,7 m då bilens ursprungliga fart är 80,5 km/h, och 24,4 m då bilens ursprungliga fart är 48,3 km/h. Bestäm (a) bilistens reaktionstid; och (b) storleken på accelerationen vid inbromsningen.

[4 p]

Givet: Konstant hastighet mellan läge 0 och 1 ⇒ $v_1 = v_0$

Konstant acceleration ($a_x = -a$) mellan läge 1 och 2.



Två fall –

Fall A:

$x_0 = x_{0A} = 0$ (väljs)
$x_1 = x_{1A}$
$x_2 = x_{2A} = 56{,}7$ m
$v_0 = v_{0A} = 80{,}5$ km/h $= \frac{80{,}5}{3{,}6}$ m/s
$v_1 = v_{1A} = v_{0A}$
$v_2 = v_{2A} = 0$
$t_0 = t_{0A} = 0$ (väljs)
$t_1 = t_{1A} = t_r$ (reaktionstiden)
$t_2 = t_{2A}$

Fall B:

$x_0 = x_{0B} = 0$ (väljs)
$x_1 = x_{1B}$
$x_2 = x_{2B} = 24{,}4$ m
$v_0 = v_{0B} = 48{,}3$ km/h $= \frac{48{,}3}{3{,}6}$ m/s
$v_1 = v_{1B} = v_{0B}$
$v_2 = v_{2B} = 0$
$t_0 = t_{0B} = 0$ (väljs)
$t_1 = t_{1B} = t_r$ (reaktionstiden)
$t_2 = t_{2B}$

Vi söker (a) reaktionstiden t_r ; och (b) storleken på accelerationen, a, vid inbromsningen.

Lösn.

Konstant hastighet mellan läge 0 och 1 ger i fall A att:

$$x_{1A} = x_{0A} + v_{0A} \cdot (t_{1A} - t_{0A}) = v_{0A} t_r$$

På samma sätt fås i fall B att:

$$x_{1B} = v_{0B} t_r$$

Konstant acceleration mellan läge 1 och 2. Ekvation 7 i formelsamlingen ger i fall A att:

$$v_{2A}^2 = v_{0A}^2 - 2a \cdot (x_{2A} - x_{1A}) = 0$$

$$\Rightarrow$$

$$2a = \frac{v_{0A}^2}{x_{2A} - x_{1A}} = \frac{v_{0A}^2}{x_{2A} - v_{0A} t_r}$$

10. En kloss med massan 8,00 kg vilar på en horisontell bordsskiva. Det statiska friktionstalet mellan klossen och bordsskivan är 0,450. En kraft anbringas klossen så att klossen tenderar till att börja glida.

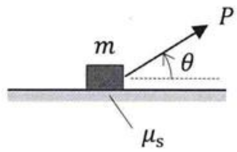
(a) Bestäm storleken på den anbringade kraften om kraften är riktad horisontellt.

(b) Bestäm storleken på den anbringade kraften om kraften är riktad snett uppåt i en vinkel 60° ovanför horisontalplanet.

(c) Bestäm storleken på den anbringade kraften om kraften är riktad snett nedåt i en vinkel 60° nedanför horisontalplanet.

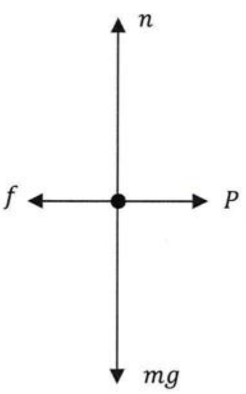
[4 p]

Givet: $m = 8{,}00$ kg
$\mu_s = 0{,}450$
$g = 9{,}80\ \mathrm{m/s^2}$
Tendens till glidning



Vi söker storleken på kraften P (a) då vinkeln $\theta = 0$; (b) då vinkeln $\theta = 60°$; och (c) då vinkeln $\theta = -60°$.

Lösn.
(a) Friläggning av klossen då $\theta = 0$:



Newtons första lag ger två komponentekvationer:

↑: $n - mg = 0$

→: $P - f = 0$

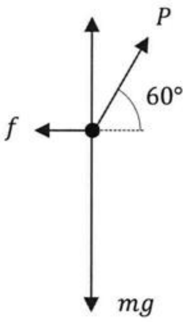
Vid tendens till glidning gäller att den statiska friktionen ges av:

$$f = \mu_s n$$

Ekvationerna ovan ger att:

$$P = f = \mu_s n = \mu_s mg = 0{,}450 \cdot 8{,}00 \cdot 9{,}80\ \mathrm{N} = 35{,}3\ \mathrm{N}$$

(b) Friläggning av klossen då $\theta = 60°$:



Newtons första lag ger även här två komponentekvationer:

↑: $P \sin 60° + n - mg = 0$

→: $P \cos 60° - f = 0$

Vid tendens till glidning gäller fortfarande att den statiska friktionen ges av:

$$f = \mu_s n$$

Ekvationerna ovan ger att:

$$n = mg - P \sin 60°$$

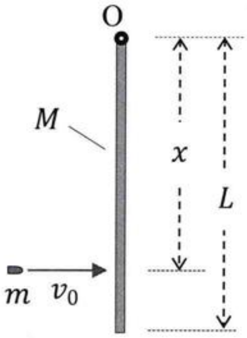
$$P \cos 60° = f = \mu_s n = \mu_s (mg - P \sin 60°)$$

Löser ut P:

$$P(\cos 60° + \mu_s \sin 60°) = \mu_s mg$$

$$P = \frac{\mu_s mg}{\cos 60° + \mu_s \sin 60°} = \frac{0{,}450 \cdot 8{,}00 \cdot 9{,}80}{\cos 60° + 0{,}450 \cdot \sin 60°}\ \mathrm{N} = 39{,}7\ \mathrm{N}$$

11. En tunn, homogen stång med längden L och massan M kan rotera fritt kring en axel i stångens övre ände. Stången är ursprungligen i vila och hänger vertikalt. En partikel med massan m och en initial horisontell hastighet $\vec{v}_0$ åt höger kolliderar med stången och fastnar i den. Partikeln träffar stången på avståndet $x = 4L/5$ från rotationsaxeln. Hur stor är farten v_0 om stångens vinkelutslag efter kollisionen blir 90°?



[4 p]

Givet: m är kulans massa

M är stångens massa

L är stångens längd

$x = \frac{4}{5}L$ är avståndet från rotationsaxeln till den punkt där kulan fastnar

v_0 är kulans fart innan den träffar stången

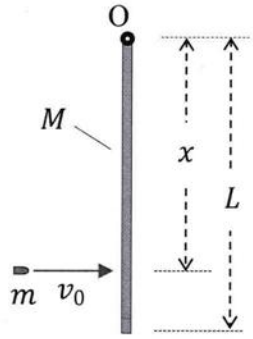
$\theta_2 = 90°$

$\omega_2 = 0$

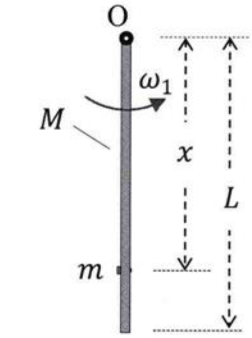
g är tyngdacceleration

Stången kan rotera fritt kring axeln genom punkten O

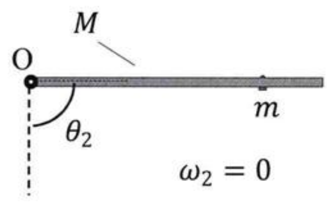
Läge 0: Precis innan kollisionen



Läge 1: Precis efter kollisionen



Läge 2: Vändläget



Vi söker farten v_0 som gör att $\theta_2 = 90°$.

Lösn.

I stöten, mellan läge 0 och 1, så bevaras totala rörelsemängdsmomentet med avseende på rotationsaxeln genom punkten O för systemet kula + stång (ty ingen yttre kraft som orsakar något vridmoment på systemet med avseende på punkten O under stötögonblicket).

Med positiv riktning moturs fås att rörelsemängdsmomentet i läge 0 är:

$$(L_O)_0 = xmv_0$$

Och i läge 1 är rörelsemängdsmomentet:

$$(L_O)_1 = I_O\omega_1$$

Där I_O är systemets totala tröghetsmoment med avseende på rotationsaxeln. Dvs,

$$I_O = (I_O)_{\text{stång}} + (I_O)_{\text{kula}}$$

Stångens tröghetsmoment fås m.h.a. ekvation 76 i formelsamlingen och steiners sats (ekv. 75 i formelsamlingen).

$$(I_O)_{\text{stång}} = (I_{\text{cm}})_{\text{stång}} + Md^2 = \tfrac{1}{12}ML^2 + M(L/2)^2 = \tfrac{1}{3}ML^2$$

Där d är avståndet från rotationsaxeln genom punkten O till stångens masscentrum cm, dvs. $d = L/2$ eftersom stången är homogen.

Kulan kan ses som en partikel på avståndet x från rotationsaxeln, vilket innebär att:

$$(I_O)_{\text{kula}} = mx^2 = m\left(\frac{4}{5}L\right)^2 = \frac{16}{25}mL^2$$