Mittuniversitetet
MID SWEDEN UNIVERSITY

Försättsblad Prov Original

Kurskod	Provkod	Tentamensdatum
MA134G	Ö100	2019-01-11

Kursnamn	Matematik GR (A), Envariabelanalys 2
Provnamn	Tentamen
Ort	Östersund
Termin	
Ämne	

6895642268

Utskriven 2019-01-11 kl. 10:21:53

Mittuniversitetet
MID SWEDEN UNIVERSITY

Tentamen i Envariabelanalys 2, 7,5 hp, 2019-01-11, kl. 8:00–13:00

Kurskod: MA134G
Skrivtid: 5 timmar
Hjälpmedel: Grafritande räknare som ej är symbolhanterande samt Matematisk formelsamling, upplaga 5.
Lärare: Jens Persson

Till alla uppgifter skall fullständiga lösningar lämnas. En uppgift per blad, skriv endast på en sida. Betyg sätts efter hur väl lärandemålen är uppfyllda. Maxpoäng är 24. Riktvärde för betygen är: A 22p, B 18p, C 14p, D 10p, E 9p.

1. a) Derivera funktionen $f(x) = \sqrt{\ln x \arcsin x} - \dfrac{\mathrm{e}^{\sin x}}{\tan x}$. (1p)

   b) Bestäm $g'(1)$ för funktionen $g(x) = \displaystyle\int_0^x \mathrm{e}^{-2t^3}\,\mathrm{d}t$. (0,5p)

   c) Ekvationen $y^5 + 2xy = 1 + x^2$ bestämmer en kurva i xy-planet som går genom punkten $(x, y) = (2,1)$. Bestäm lutningen hos kurvan i denna punkt. (1p)

   d) Bestäm inversderivatan $(h^{-1})'(4\mathrm{e}^2)$ för funktionen $h(x) = x^2\mathrm{e}^x, x \geq 0$. (1p)

2. Beräkna

   a) den generaliserade integralen $\displaystyle\int_0^\infty x^2\mathrm{e}^{-x}\,\mathrm{d}x$, (1p)

   b) den bestämda integralen $\displaystyle\int_1^{\mathrm{e}} \frac{\mathrm{d}x}{x\sqrt{1-(\ln x)^2}}$, (1p)

   c) den obestämda integralen $\displaystyle\int \frac{\mathrm{d}x}{x^3 + x^2}$, (1p)

3. a) Beräkna arean av det område som ligger mellan kurvorna $y = 11 - 8x + 2x^2$ och $y = 2 + 4x - x^2$. (1p)

   b) Beräkna volymen av den kropp som uppstår då området mellan kurvan $y = x^{3/2}$, x-axeln och linjen $x = 2$ roterar kring x-axeln. Använd en $\mathrm{d}x$-integral. (1p)

   c) Beräkna volymen av den kropp som uppstår då området mellan kurvan

   $$y = \sqrt{\frac{1}{x} - 1}\,,$$

   x-axeln och linjen $x = 1/2$ roterar kring x-axeln. Använd en $\mathrm{d}y$-integral. (1,5p)

Vänd!

4. a) Beräkna båglängden av parameterkurvan $\begin{cases} x(t) = 3t \\ y(t) = 2t^{3/2} \end{cases}$, $3 \leq t \leq 8$. (1,5p)

b) Givet är den polära kurvan $r = 4\pi^2\theta - \theta^3, 0 \leq \theta \leq 2\pi$. Skissa kurvan samt beräkna arean av området som innesluts av kurvan på det givna intervallet. (1,5p)

5. a) Lös begynnelsevärdesproblemet $\begin{cases} y' \mathrm{e}^{x^2+y^2} = \dfrac{x}{y} \\ y(\sqrt{\ln 2}) = \sqrt{\ln 2} \end{cases}$. (1p)

b) Lös differentialekvationen $y' + 2xy = 4x\mathrm{e}^{-x^2}$. (1p)

c) Lös begynnelsevärdesproblemet $\begin{cases} y'' - 3y' = 9 \\ y(0) = y'(0) = 0 \end{cases}$. (1,5p)

6. a) Avgör huruvida serien $\displaystyle\sum_{k=2}^{\infty} \frac{1}{k \ln k}$ konvergerar eller divergerar. (1p)

b) Avgör huruvida serien $\displaystyle\sum_{k=2}^{\infty} \frac{k^2 + k}{k^3 - 1}$ konvergerar eller divergerar. (1p)

c) Avgör huruvida serien $\displaystyle\sum_{k=0}^{\infty} \frac{k^{1000}}{1.001^k}$ konvergerar eller divergerar. (1p)

7. a) Bestäm Taylorpolynomet $P_3(x)$ av ordning 3 kring $x = 4$ för $f(x) = x^{5/2}$. (1,5p)

b) Använd Taylorpolynomet i a) för att approximera $6^{5/2}$. (0,5p)

8. a) Lotten och Jöns tävlar i ∞-steg, en vidareutveckling av friidrottsgrenen tresteg där man gör ett oändligt antal steg. Den spänstiga men inte så uthålliga Lotten hoppar 5 m i det första steget och tappar sedan 10% i längd för varje steg. Den inte så spänstiga men uthålliga Jöns hoppar 3 m i det första steget och tappar sedan 5% i längd för varje steg. Vem vinner ∞-stegstävlingen? (1p)

b) Ett interplanetariskt stoftmoln innehåller vid en viss tidpunkt 10^{20} kg radioaktiva partiklar som momentant sönderfaller i en takt av en tusendel av den totala mängden per år. Antag vidare att det momentant tillförs 10^{18} kg radioaktiva partiklar till stoftmolnet per år. Avgör efter hur lång tid mängden radioaktiva partiklar i stoftmolnet har fördubblats. (1,5p)

Lycka till!