Mittuniversitetet
MID SWEDEN UNIVERSITY

Försättsblad Prov Original

Kurskod	Provkod	Tentamensdatum
MA123G	T100	2019-01-16

Kursnamn	Matematik GR (A), Numeriska metoder med Matlab
Provnamn	Tentamen
Ort	Sundsvall
Termin	
Ämne	

6895642268

Utskriven 2019-01-14 kl. 15:38:11

Tentamen i Numeriska metoder med MATLAB (MA123G)

2019-01-16

Mittuniversitetet

Cornelia Schiebold

Hjälpmedel: Datorprogrammet MATLAB, Internet, Penna, Papper, Miniräknare, Kursbok, Föreläsnings-anteckningar

Skrivtid: 08.00-12.00

Maxpoäng: 25 p

Lösningarna ska presenteras på ett strukturerat sätt som gör det lätt att följa med bra förklaringar vad som görs. Definiera samtliga koefficienter och variabler. Filer med koder skrivna i MATLAB ska lämnas in tillsammans med lösningar som antingen kan skrivas på papper eller i ett Worddokument. Skriver du i ett Worddokument, skriv kod, datum och kurskod i sidhuvudet samt Sida X av XX i sidfoten så man ser hur många sidor det är samt börja alltid på en ny sida vid ny uppgift. Datakod ska kommenteras väl för att göra det lätt att följa och veta vad de olika parametrarna är. Skriv din kod på varje inlämnat löst blad samt sidonummer. I varje datakodfil som skrivs ut eller klistras in ett Worddokument, skriv kod och uppgiftsnummer längst upp.

Man får inte ha Facebook, Skype, mail eller något annat program där man kan komma i kontakt med andra öppet under tentamenstiden!

Lycka till!

Uppgift 1: (5 p) En lösning x_0 av den kvadratiska ekvationen $x^2 - 2px + q = 0$ där $p^2 > q$ är given genom

$$x_0 = p - \sqrt{p^2 - q}.$$

a) Bestäm x_0 och det absoluta felet Δx_0 för $p = 1{,}5$, $q = 1{,}25$ och $\Delta p = \Delta q = 0{,}1$.

b) Hur måste värdet av p och det absoluta felet Δp i **a)** modifieras om man istället vill få lösningen $x_0 = 0.25$ med det absoluta felet $\Delta x_0 = 0.05$?

Uppgift 2: (5 p) Betrakta funktionen

$$f(x) = 9x^2 - e^{2x}.$$

Använd Newton Raphsons metod för att bestämma alla numeriska lösningar till ekvationen $f(x) = 0$ i intervallet $[-1{,}2]$ med 7 decimalers noggrannhet.

Uppgift 3: (5 p) Låt

$$I = \int_1^2 \frac{x^2+1}{x^6+x^4+1}\,dx.$$

Använd den sammansatta trapetsregeln med steglängderna $h_1 = 1$, $h_2 = 0{,}5$, $h_3 = 0{,}25$ och $h_4 = 0{,}125$ samt Richardson extrapolation för att beräkna ett approximativt värde på I med 3 decimalers noggrannhet.

Uppgift 4: (5 p) Befolkningen i Indien från år 1910 till år 2000 ges i följande tabell:

årtal t	1910	1930	1940	1950	1960	1970	1980	1990	2000
befolkning p i miljoner	249	277	316	350	431	539	689	833	1014

a) Använd linjär regression för att anpassa en rät linje till datamaterialet i tabellen. Utifrån din modell, gör en prognos för Indiens befolkning i året 2010.
b) I skillnad till a) antar vi nu en exponentiell modell $p = ke^{ct}$. Anpassa k och c till datamaterialet (Tips: Linearisera modellen innan du använder linjär regression). Gör igen en prognos för Indiens befolkning i året 2010 med den nya modellen.
c) Vilken modell anser du vara rimligare? Ge ett argument.

Uppgift 5: (5 p) Ett paket med massa $M = 50$ kg släpps av en helikopter 40 meter över marken. Paketets rörelse beskrivs av differentialekvationen

$$M\,y'' = -M\,g + k\,(y')^2,$$

där $y = y(t)$ är paketets höjd vid tid t mätt i sekunder s (y' är alltså hastigheten och y'' accelerationen). Dessutom kommer $g = 10$ m/s^2 från gravitationen och $k = 30$ kg/m återspeglar inflytandet av luftmotståndet. Dessa värden är realistiska om paketet är utrustat med en fallskärm.

a) Skriv om differentialekvationen som ett system av differentialekvationer av första ordningen.
b) Bestäm numeriskt på vilken höjd paketet befinner sig efter 5 sekunder.
c) Bestäm numeriskt efter vilken tid paketet landar på marken.

Lycka till!