



Försättsblad Prov Original

Kurskod	Provkod	Tentamensdatum
M A 1 3 5 G	Ö 1 0 0	2 0 1 9 - 0 1 - 2 4
Kursnamn	Matematik GR (A), Fördjupningskurs i matematik	
Provnamn	Tentamen	
Ort	Östersund	
Termin		
Ämne		

Tentamen i Fördjupningskurs i matematik (7,5hp)

2019-01-24 kl. 08.00-13.00

Betygsgränser (gäller förutsatt att lärandemålen är uppfyllda):

E: 9p D: 10p C: 14p B: 18p A: 22p (Max: 24p)

Skriv tydliga och utförliga lösningar till alla uppgifter.

Hjälpmiddel: Miniräknare (ej symbolhanterande) och formelsamling.

1. Förklara vad som menas med att mängden av de reella talen är fullständig. Bevisa även att en växande begränsad följd måste vara konvergent. Förklara också skillnaden mellan maximum och supremum. (4p)
2. Formulera och bevisa integralkriteriet för seriers konvergens. (4p)
3. Bevisa med hjälp av induktion att

$$\sum_{k=1}^n k^3 = \frac{1}{4}n^2(n+1)^2$$

för $n \geq 1$. (3p)

4. a) Visa genom den formella gränsvärdesdefinitionen att

$$\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = 2$$

för

$$f(x) = \sqrt{x+2}$$

samt att f är kontinuerlig i $x = 2$. (2p)

- b) Härled derivatan till f genom derivatans definition. (2p)

5. a) Approximera

$$f(x) = \sqrt{x}$$

med hjälp av ett Taylorpolynom av ordning 2 och restterm av ordning 3 runt $x = 1$. Uppskatta med hjälp av resttermen hur mycket fel Taylorpolynomet kan visa när det approximerar $\sqrt{3}$ (3p)

- b) För vilka x konvergerar

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+2)^n}{(n^2+1)2^n} \quad ? \quad (2p)$$

6. a) Approximera

$$\int_0^1 \sin(x^2) dx$$

med hjälp av översumma och undersumma och en partition som är tillräckligt fin för att ringa in det rätta värdet med ett fel på maximalt 0.20. (2p)

b) Lös differentialekvationen

$$y' - \left(\frac{y}{x}\right)^4 - \frac{y}{x} = 0, y(1)=1, x>0, x \neq e^{\frac{1}{3}}. \quad (2p)$$