



## Försättsblad Prov Original

| Kurskod     | Provkod                              | Tentamensdatum      |
|-------------|--------------------------------------|---------------------|
| M A 1 2 9 G | S 1 0 0                              | 2 0 1 9 - 0 3 - 1 8 |
| Kursnamn    | Matematik GR (A), Differentialkalkyl |                     |
| Provnamn    | Tentamen - Sundsvall                 |                     |
| Ort         | Sundsvall                            |                     |
| Termin      | VT2019                               |                     |
| Ämne        | Matematik                            |                     |

## Tentamen i Differentialkalkyl, MA129G/MA130G

Datum: 2019-03-18

Skrivtid: 5 timmar

Lärare: Andreas Lind (070-6890822)

Institution: MOD

Hjälpmedel: Penna, linjal, godkänd miniräknare och Matematisk formelsamling upplaga 5.

**Till alla uppgifter skall fullständiga lösningar lämnas. Resonemang, ekvationslösningar och uträkningar får inte vara så knapphändiga att de blir svåra att följa. En uppgift per blad, skriv endast på, en sida. Betyg sätts efter hur väl lärandemålen är uppfyllda. Riktvärden för betygen är A 22p, B 18p, C 14p, D 10p och E 9p.**

1. Utan att använda l'Hôpitals regler, beräkna, om möjligt, följande gränsvärden.

$$(a) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 8}{x^2 - 4}. \quad (1p)$$

$$(b) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \sin(x)}{1 - \cos(x)}. \quad (1p)$$

$$(c) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \sqrt{1 - |x|}}{x}. \quad (1p)$$

2. Betrakta funktionen  $f(x) = e^{\frac{1}{x+1}}$ .

(a) Bestäm maximal definitionsmängd för  $f$ . Bestäm alla möjliga asymptoter för  $f$ . (2p)

(b) Är  $f$  injektiv på dess maximala definitionsmängd? Om funktionen är injektiv, bestäm  $f$ 's invers. (2p)

(c) Bestäm vilka intervall som  $f$  växer/avtar. (1p)

3. Skissera grafen för funktionen  $f(x) = \frac{2x^3 + 2x}{3x^2 - 3}$ . Du ska vara tydlig med vart funktionen har max/min, asymptoter och växer/avtar. (För att kunna skissera grafen så behöver du veta att  $f$  är konvex på intervallet  $(-1, 0)$  och konkav på intervallet  $(0, 1)$ . (3p)

4. Beräkna på valfritt sätt.

$$(a) \lim_{x \rightarrow \infty} x^{1/x}. \quad (1p)$$

$$(b) \lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 + 1} - \sqrt{x + 1}) \quad (1,5p)$$

$$(c) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x + \sin(x)}{2x}. \text{ Ledning: Använd instängningssatsen.} \quad (1,5p)$$

5. Lös ekvationen  $\cos(x) = 2x$  via Newton-Raphsons metod med ett startvärde på  $x_0 = 0.5$ . Ditt svar skall ha en noggrannhet med 5 decimaler. (2p)

6. Bestäm tangentens ekvation i punkten  $(1, 2)$  för kurvan  $x^2y - \frac{y^2}{x} = -2$ . (2p)

7. En partikel följer en kurva parametriserad på formen

$$\begin{cases} x = t^3 - 3t - 2 \\ y = t^2 - t - 2 \end{cases}, \quad t \in \mathbb{R}.$$

Beskriv partikelns väg fullt ut, genom att skissera kurvan. Det ska vara tydligt i figuren vilka punkter som är viktiga, samt det ska framgå av figuren vilken riktning partikeln har. Det ska även framgå vart kurvan är konvex och konkav. (3p)

8. Bestäm  $a$  och  $b$  så att

$$f(x) = \begin{cases} -x + 2 & , x < 1 \\ a & , x = 1 \\ x^2 + b & , x > 1 \end{cases}$$

är kontinuerlig i  $x = 1$ . Motivera väl.

(2p)