



## Försättsblad Prov Original

Kurskod	Provkod	Tentamensdatum
M A 0 7 2 G	Ö 1 0 0	2 0 1 9 - 0 3 - 2 1
Kursnamn	Matematik GR (A), Tillämpad matematik och matematisk stat...	
Provnamn	Tentamen	
Ort	Östersund	
Termin		
Ämne		



## Tentamen i Tillämpad matematik och matematisk statistik (7,5hp)

2019-03-21 kl. 08.00-13.00

---

Betyg sätts efter hur väl lärandemålen är uppfyllda. Riktvärde för betygen är: A 22p, B 18p, C 14p, D 10p, E 9p (Max: 24p)

Aspektuppgiften, markerad A, kan höja betyget om den utförs väl.

Skriv tydliga och utförliga lösningar till alla uppgifter.

Hjälpmedel: Officiell formelsamling för Mittuniversitetets matematikkurser och miniräknare (ej symbolhanterande).

---

1. Bestäm derivatan till funktionerna.

a)  $f(x) = 2\ln(x) + 5^x - e^{3x}$     b)  $f(x) = (x^4 + 2x^3)^7$     c)  $f(x) = \frac{\sqrt{x}}{\ln(x)}$     (3p)

2. Beräkna följande integraler med hjälp av primitiva funktioner:

a)  $\int_1^2 (9e^{3x} + x^{-2}) dx$     b)  $\int_1^9 \left(\frac{4}{x} + x^{\frac{1}{2}}\right) dx$     (2p)

- c) Antag att  $f(t)$  är vattenflödet i en älv i  $m^3/h$  där  $t$  är tiden i timmar efter klockan 12. Beskriv vad det betyder att

$$\int_3^4 f(t) dt = 10000.$$

3. Beräkna arean av det område som begränsas av kurvan  $y = \frac{1}{x}$ , kurvan  $y = x^2$  och linjen  $x = 3$ . Rita även en figur.    (2p)

4. a) Ett tåg som precis passerat en järnvägsstation åker med hastigheten  $v(t)$  (m/s) given nedan där  $t$  är tiden i sekunder.

$$v(t) = 7 + \frac{t^{\frac{3}{2}}}{3}$$

Hur långt hinner tåget under de 25 första sekunderna sedan det passerat stationen?    (1,5p)

- b) Enligt en psykolog varierar ett barns förmåga att komma ihåg enkla fakta enligt

$$f(t) = 1 + t \ln(t), \quad 0 < t \leq 5$$

där  $t$  är barnets ålder i år. Om detta stämmer, när skulle denna förmåga vara minst? Använd om möjligt andraderivatan för att visa att du hittat en minimipunkt.    (1,5p)

5. Vid en undersökning av antalet felaktiga enheter i 50 partier av en viss produkt fick man följande resultat:

Antal felaktiga	Frekvens
0	3
1	11
2	12
3	11
4	6
5	5
6	1
8	1

- a) Beräkna tre olika lägesmått för detta material. (1,5p)  
 b) Beräkna två olika spridningsmått för materialet. (1,5p)
6. Antag att diametern ( $i$  mm) hos hål som borrar i en metallkomponent är en stokastisk variabel  $\xi$  som har frekvensfunktionen

$$f(x) = \begin{cases} 0 & x < 12,5 \\ 20e^{250} \cdot e^{-20x} & x \geq 12,5 \end{cases}$$

Komponenter som har håldiameter  $> 12,6$  mm kasseras vid kvalitetskontroll.

- a) Vilken andel av komponenterna kommer att bli godkända, det vill säga inte kasseras? (1,5p)  
 b) Ställ upp den integral som ger väntevärdet för  $\xi$ . Du behöver inte beräkna den. Vad är innebörden av väntevärdet i det här exemplet? (1,5p)
7. Tiden ( $i$  timmar) det tar att genomföra en viss fas vid monteringen av ett hus kan ses som en stokastisk variabel  $\xi$  sådan att  $\xi \in N(10, 0.8)$ .
- a) Vad är sannolikheten att denna fas tar längre än 9 timmar? (1,5p)  
 b) Vad är sannolikheten att denna fas tar mellan 9 och 12 timmar? (2p)

8. Efter att man gjort en förändring angående fasen som beskrivs i uppgift 7 tror man att den genomsnittliga tiden för att genomföra denna fas har minskat. Man kan däremot anta att standardavvikelsen är oförändrad, det vill säga 0,8 timmar. Man mäter tiden vid monteringen av 6 hus och får då följande tider ( $i$  timmar):

9,1 9,0 11,1 11,4 9,2 8,4

- a) Bestäm ett konfidensintervall med konfidensgrad 0,99 för den genomsnittliga tiden för genomförandet av fasen efter förändringen. (1,5p)  
 b) Testa, på signifikansnivån 0,05, nollhypotesen att den genomsnittliga tiden är 10 timmar mot mothypotesen att den minskat och alltså är kortare än så. Bör man förkasta nollhypotesen? (2p)
- A. En boll med radien 2 cm kastas vinkelrätt mot ett långt trådstaket från slumpvis vald position längs staketet. Staketet består av vertikala tunna trådar med avståndet 12 cm mellan dem. Bestäm sannolikheten att bollen passerar genom staketet utan att ta i någon tråd.

## Exam in Applied mathematics and mathematical statistics (7,5hp)

2019-03-21 kl. 08.00-13.00

---

The grade is determined by how well the candidates demonstrate that they have met the learning outcomes. The following guide values will be used to set the grade: A 22p, B 18p, C 14p, D 10p, E 9p (Max: 24p)

The final question A is an Aspect Question. A good solution of this may raise the grade. Write clear and detailed solutions to all questions.

Permitted aids: Official formula collection for courses in mathematics at Mid Sweden University and a calculator (not with symbol processing).

---

1. Determine the derivative of the functions.

a)  $f(x) = 2\ln(x) + 5^x - e^{3x}$     b)  $f(x) = (x^4 + 2x^3)^7$     c)  $f(x) = \frac{\sqrt{x}}{\ln(x)}$     (3p)

2. Compute the following integrals using antiderivatives:

a)  $\int_1^2 (9e^{3x} + x^{-2}) dx$     b)  $\int_1^9 \left(\frac{4}{x} + x^{\frac{1}{2}}\right) dx$     (2p)

- c) Assume that  $f(t)$  is the water flow in a river in  $\text{m}^3/\text{h}$  where  $t$  is the time in hours from 12 o'clock. Describe what it means that    (1p)

$$\int_3^4 f(t) dt = 10000.$$

3. Determine the area of the region which is bounded by the curve  $y = \frac{1}{x}$ , the curve  $y = x^2$  and the line  $x = 3$ . Also draw a figure.    (2p)

4. a) A train which has just passed a train station is traveling at the speed  $v(t)$  (m/s) given below where  $t$  is the time in seconds.

$$v(t) = 7 + \frac{t^{\frac{3}{2}}}{3}$$

How far does the train travel during the first 25 seconds after having passed the station?    (1,5p)

- b) According to a psychologist children's ability to remember simple facts varies according to

$$f(t) = 1 + t \ln(t), \quad 0 < t \leq 5$$

where  $t$  is the age of the child in years. If this is true, when would this ability be the smallest? Use, if possible, the second derivative to show that you have found a point that gives a minimum.    (1,5p)

5. At an inspection of the number of defective units in 50 batches of a certain product the following result was obtained:

Number of defective	Frequency
0	3
1	11
2	12
3	11
4	6
5	5
6	1
8	1

- a) Compute three different measures of central tendency for this data set. (1,5p)  
 b) Compute two different measures of spread of the data set. (1,5p)

6. Assume that the diameter (in mm) of holes that are drilled in a metal component is a random variable  $\xi$  with the probability density function

$$f(x) = \begin{cases} 0 & x < 12,5 \\ 20e^{250} \cdot e^{-20x} & x \geq 12,5 \end{cases}$$

Components with a hole diameter  $> 12,6$  mm are discarded at quality control.

- a) What part of the components will pass, that is, will not be discarded? (1,5p)  
 b) Give the integral that gives the expected value for  $\xi$ . You do *not* need to compute it. What is the meaning of the expected value in this example? (1,5p)
7. The time (in hours) it takes to complete a certain phase at the assembly of a house can be seen as a random variable  $\xi$  such that  $\xi \in N(10, 0.8)$ .
- a) What is the probability that this phase takes longer than 9 hours? (1,5p)  
 b) What is the probability that this phase takes between 9 and 12 hours? (2p)

8. After a change has been done concerning the phase described in question 7 it is believed that the average time to complete this phase has decreased. The standard deviation can however be assumed to be unchanged, that is 0,8 hours. The time is measured at the assembly of 6 houses and the following times (in hours) are obtained:

9,1 9,0 11,1 11,4 9,2 8,4

- a) Construct a confidence interval of confidence level 0,99 for the average time for completing the phase after the change. (1,5p)  
 b) Test, at the significance level 0,05, the null hypothesis that the average time is 10 hours versus the alternative hypothesis that it has decreased and thus is shorter than that. Should the null hypothesis be rejected? (2p)
- A. A ball with radius 2 cm is thrown at a right angle towards a long thread fence from a randomly chosen position along the fence. The fence consists of vertical thin threads with the distance 12 cm between them. Determine the probability that the ball will pass through the fence without touching a thread.