



### Försättsblad Prov Original

Kurskod	Provkod	Tentamensdatum
E T 0 5 0 G	T 1 0 1	2 0 1 9 - 0 3 - 2 0
Kursnamn	Elektroteknik GR (B), Reglerteknik	
Provnamn	Tentamen - Sundsvall	
Ort	Sundsvall	
Termin	VT2019	
Ämne	Elektroteknik	

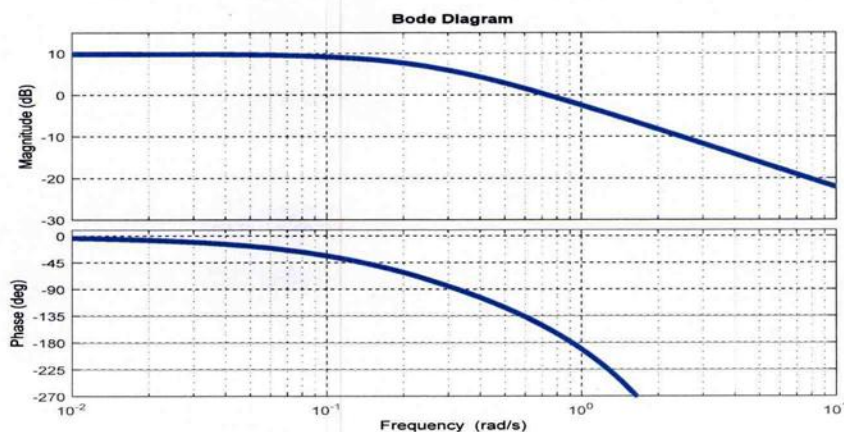
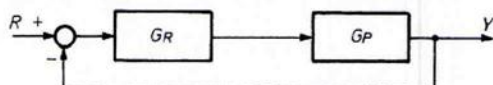


## Tentamen ET050G Reglerteknik

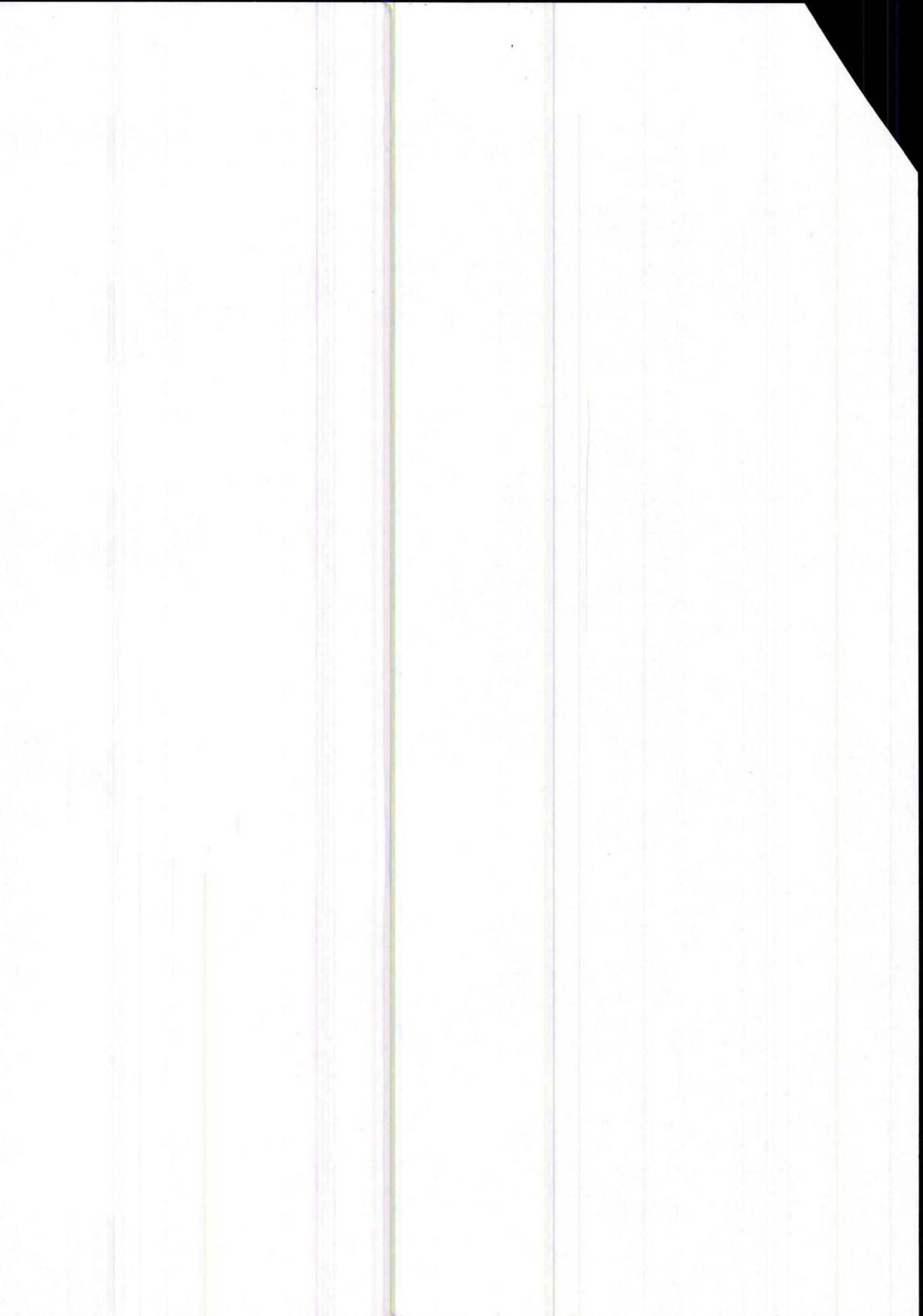
**Datum:** 2019-03-20  
**Skrivtid:** 5 timmar  
**Hjälpmedel:** Papper, penna, radergummi, miniräknare, linjal, formelsamling till transformteorikursen, Physics Handbook, TeFyMa

**Anvisningar:** Skriv tydligt. Varje ny huvuduppgift börjas på ett eget nytt blad. Motivera lösningssteg och val av teori för ev. delpoäng vid felaktigt svar.

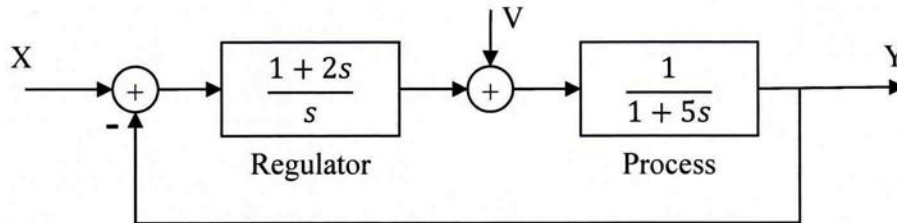
1. En process  $G_P(s)$  med nedanstående Bode-diagram ska regleras med en negativ återkoppling och en regulator  $G_R(s)$ . (Beakta först det återkopplade systemet utan reglering (dvs  $K=1$ ,  $T_I=\infty$ ,  $T_D=0$ ) i deluppgift a-e.)



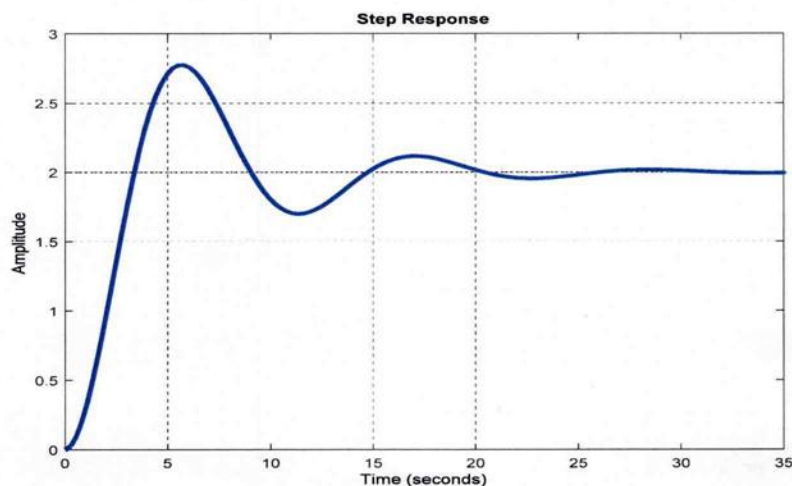
- a) Bestäm amplitudmarginalens värde samt markera i figuren. (1p)
- b) Bestäm fasmarginalens värde samt markera i figuren. (1p)
- c) Bestäm ett approximativt värde för stigtiden. (1p)
- d) Bestäm det kvarstående felet för en *stegformad* börvärdesändring. (1p)
- e) Reglera systemet med en PID-regulator och ställ in regulatorn enligt Ziegler-Nichols svängningsmetod. (Tabell längst bak i tentamen). (2p)



2. Ett system definieras av nedanstående blockschema. Vi vill få en bättre förståelse för hur systemets utsignal påverkas av en förändring i insignal, och en processtörning. För det krävs två olika överföringsfunktioner. När respektive överföringsfunktionen bestäms, kan övriga in-/utsignaler bortses ifrån enligt superpositionsprincipen.



- a) Bestäm överföringsfunktionen från insignal X till utsignal Y. (2p)
- b) Bestäm överföringsfunktionen från störning V till utsignal Y. (2p)
3. Ett system undersöks genom att man låter en signal  $u(t) = \sigma(t)$  ansättas på ingången, vilket ger upphov till systemets stegsvar.



- a) Bestäm stigtiden  $t_r$ , samt markera den i figuren. (1p)
- b) Bestäm insvängningstiden  $t_s$ , samt markera den i figuren. (1p)
- c) Vilka positiva resp. negativa aspekter finns det med en liten stigtid? (2p)
- d) Vilka antaganden kan du göra om systemets poler och nollställen, givet stegsvarets utseende? (2p)
- e) Beskriv vilken egenskap i systemets amplitudfunktion  $|G_P(s)|$  som stegsvarets översväng kommer att motsvara. (1p)
- f) Vid parametreringen av en PID-regulator kommer valet av  $K$ ,  $T_I$  och  $T_D$  att påverka systemet på olika sätt. Ge exempel på en positiv egenskap som respektive parameter kan bidra med. (3p)



4. Ett system kan beskrivas med följande överföringsfunktion

$$G_p(s) = \frac{Y}{X} = \frac{3}{s^2+9}$$

- a) Är systemet stabilt eller inte, motivera ditt svar. (1p)  
b) Bestäm och skissa en lämplig del av systemets stegsvar. (3p)

5. Processen  $G_p(s) = \frac{1}{s(s+2)(1+2s)}$  ska regleras så att en fasmarginal om 30 grader erhålls.

Något kvarstående fel kan inte accepteras vid en stegformad börvärdesändring. Bestäm regulatortyp (motivera!) och vilka värden som ska ställas in på regulatorn. (3p)

6. En tidsdiskret regulator ska tas fram för processen  $G(s) = \frac{4}{1+5s}$ , varför processen måste diskretiseras. Anta att kvantiseringens förluster kan försummas och att samplingstiden  $h = 0,2$  s.

- a) Bestäm med hjälp av bilinjär transformation den linjära differensekvationen som approximerar processen  $G(s)$ . (2p)  
b) Hur påverkas ett reglersystems stabilitet av det valda samplingsintervallet? (1p)

7. En industriell process kan approximativt beskrivas med differensekvationen  $y(k) = 0,75y(k-1) + 0,65u(k-1)$ .

- a) Rita upp kopplingschemat för polplaceringsmetoden. (1p)  
b) Konstruera en regulator med polplaceringsmetoden med alla önskade poler i  $z=0.4$ . (3p)

### Ziegler-Nichols svängningsmetod

Regulatortyp	Parametrar		
	K	T <sub>I</sub>	T <sub>D</sub>
P-regulator	0.5 K <sub>0</sub>	–	–
PI-regulator	0.45 K <sub>0</sub>	0.85 T <sub>0</sub>	–
PID-regulator	0.6 K <sub>0</sub>	0.5 T <sub>0</sub>	0.125 T <sub>0</sub>

### PID-regulator

$$u(t) = K \left( e(t) + T_D \cdot \frac{de}{dt} + \frac{1}{T_I} \cdot \int_0^t e(\tau) d\tau \right)$$

### PI-reglering

1. Rita Bode-diagram för processen som ska regleras.
2. Bestäm det  $K$ -värde som vid ren P-reglering ger önskad fasmarginal + 11°.
3. Bestäm  $\omega_c$  för ovanstående  $K$ -värde, och sätt  $T_I = 5/\omega_c$ .

### PD-reglering

1. Rita Bode-diagram för processen som ska regleras.
2. Bestäm det  $K$ -värde som vid ren P-reglering ger önskad fasmarginal.
3. Bestäm  $\omega_c$  och  $\omega_\pi$  för ovanstående  $K$ -värde. Sätt PD-regulatorns brytfrekvens mellan eller något högre än  $\omega_c$  och  $\omega_\pi$ , normalt vid  $\omega_\pi$ .
4. Justera  $K$ -värdet så att önskad fasmarginal återfås.

### Transformeringar

Euler-transform

$$s = \frac{1 - z^{-1}}{h} = \frac{z - 1}{zh}$$

Stegvarsinvariant transform

$$H(z) = (1 - z^{-1}) \cdot Z \left[ L^{-1} \left[ \frac{G(s)}{s} \right]_{t=kh} \right]$$

Rampinvariant metod

$$H(z) = (1 - z^{-1})^2 \cdot Z \left[ L^{-1} \left[ \frac{G(s)}{s^2} \right]_{t=kh} \right]$$

Bilinjär transform

$$s = \frac{2z - 1}{h(z + 1)}$$

Impulsinvariant transform

$$H(z) = Z \left[ L^{-1} [G(s)]_{t=kh} \right]$$

### Polplaceringmetod

Det karakteristiska polynomet med önskade poler,  $P(z)$ , med gradtal  $n_p = n_a + n_b - 1$  sätts lika med det karakteristiska polynomet för totala överföringsfunktionen:

$$H_{tot}(z) = \frac{Y(z)}{R(z)} = \frac{K_r \cdot B(z)}{A(z)C(z) + B(z)D(z)} = \frac{K_r \cdot B(z)}{P(z)}$$

Gradtalet för regulatorns polynom sätts till  $n_c = n_b - 1$  respektive  $n_d = n_a - 1$ .

Börvärdesfaktorn  $K_r$  väljs oftast så att  $K_{LF} = \lim_{z \rightarrow 1} H_{tot}(z) = 1$ .

En integrerad del modelleras med  $1/(1 - z^{-1})$

## De viktigaste z-transformerarna

Tidsdiskret funktion $f(k)$ $k \geq 0$	Positiv representation	z-transform $F(z)$ Negativ representation
Ehetskuls $P_c(k)$	1	$\frac{1}{1-z^{-1}}$
Ehetsksteg $S_c(k)$	$\frac{z}{z-1}$	$\frac{z^{-1}}{(1-z^{-1})^2}$
Ehetskramp $f(k) = k$	$\frac{z^2+z}{(z-1)^2}$	$\frac{z^{-1}+z^{-2}}{(1-z^{-1})^3}$
Ehetskparabel $f(k) = k^2$	$\frac{z^3+z^2+z}{(z-1)^3}$	
Exponentialfunktion $f(k) = a^k$	$\frac{z}{z-a}$	$\frac{1}{1-az^{-1}}$
Fördröjd ehetskuls $P_c(k-L)$	$\frac{1}{z^L}$	$z^{-L}$
Fördröjt ehetsksteg $S_c(k-L)$	$\frac{z^{L-1}}{z-1}$	$\frac{z^{-L}}{1-z^{-1}}$
$e^{-ak}$	$\frac{z}{z-e^{-a}}$	$\frac{1}{1-e^{-a}z^{-1}}$
$\sin \omega k$	$\frac{z \cdot \sin \omega}{z^2 - (2 \cos \omega)z + 1}$	$\frac{z^{-1} \sin \omega}{1 - (2 \cos \omega)z^{-1} + z^{-2}}$
$\cos \omega k$	$\frac{z(z - \cos \omega)}{z^2 - (2 \cos \omega)z + 1}$	$\frac{z^{-1}(1 - z^{-1} \cos \omega)}{1 - (2 \cos \omega)z^{-1} + z^{-2}}$
$1 - e^{-ak}$	$\frac{z(1 - e^{-a})}{(z-1)(z - e^{-a})}$	$\frac{(1 - e^{-a})z^{-1}}{(1 - z^{-1})(1 - e^{-a}z^{-1})}$

Några vanliga tidsdiskreta funktioner  $f(k)$  och deras z-transformer

## De viktigaste laplacetransformerna

Laplacetransform $F(s)$	Tidsfunktion $f(t)$ för $t > 0$
1	Impulsfunktion $\delta(t)$
$\frac{1}{s}$	Stegfunktion $\sigma(t)$
$\frac{1}{s^2}$	Rampfunktion $t$
$\frac{1}{s^3}$	$\frac{t^2}{2}$
$e^{-at}$	$e^{-at}$
$\frac{e^{-at} - e^{-bt}}{b-a}$	$\frac{e^{-at} - e^{-bt}}{b-a}$
$\frac{1}{s+a}$	$l - e^{-at}$
$\frac{1}{(s+a)(s+b)}$	$l - \frac{a \cdot e^{-at}}{a-b} - \frac{b \cdot e^{-bt}}{b-a}$
$\frac{1}{s(l+as)}$	$\frac{e^{-at}}{(b-a)(c-a)} + \frac{e^{-bt}}{(c-b)(a-b)} + \frac{e^{-ct}}{(a-c)(b-c)}$
$\frac{1}{s(l+as)(l+bs)}$	$\frac{e^{-at}}{(b-a)(c-a)} + \frac{e^{-bt}}{(c-b)(a-b)} + \frac{e^{-ct}}{(a-c)(b-c)}$
$\frac{1}{(s+a)(s+b)(s+c)}$	$\frac{e^{-at}}{(b-a)(c-a)} + \frac{e^{-bt}}{(c-b)(a-b)} + \frac{e^{-ct}}{(a-c)(b-c)}$
$\frac{s+a}{(s+b)(s+c)}$	$\frac{1 \cdot e^{-at}}{c-b}$
$\frac{1}{(s+a)^2}$	$t \cdot e^{-at}$
$\frac{1}{s^2+a^2}$	$\frac{1}{a} \cdot \sin at$
$\frac{s}{s^2+a^2}$	$\cos at$
$\frac{1}{s(s^2+a^2)}$	$\frac{1}{a^2} [1 - \cos at]$
$\frac{1}{s^2(s^2+a^2)}$	$\frac{1}{a^2} [at - \sin at]$
$\frac{s+a}{(s+a)^2+b^2}$	$e^{-at} \cdot \cos bt$
$\frac{b}{(s+a)^2+b^2}$	$e^{-at} \cdot \sin bt$

