Försättsblad Prov Original

Kurskod	Provkod	Tentamensdatum
MA118G	T100	2019-03-19
Kursnamn	Matematik GR (A), Analys för ingenjörer	
Provnamn	Tentamen - Sundsvall	
Ort	Sundsvall	
Termin	VT2019	
Ämne	Matematik	

8982538474

a6507ebe-255d-11e9-b7d0-8db

Tentamen i matematik
Analys för ingenjörer (MA118G)
19 mars 2019

Mittuniversitetet
MOD
Stefan Borell

Skrivtid: 5 timmar
Hjälpmedel: Matematisk formelsamling (Upplaga 5) samt godkänd, ej symbolhanterande miniräknare.

Till alla uppgifter skall fullständiga lösningar lämnas. Resonemang, ekvationslösningar och uträkningar får inte vara så knapphändiga att de blir svåra att följa. En uppgift per blad, skriv endast på en sida.

Betyg sätts efter hur väl lärandemålen är uppfyllda. Riktvärden för betygen är A 22 p, B 18 p, C 14 p, D 10 p och E 9 p.

Samtliga gränsvärdesberäkningar ska baseras på de gränsvärdesregler och standardgränsvärden som ingår i kursen.

1. Beräkna följande gränsvärden.

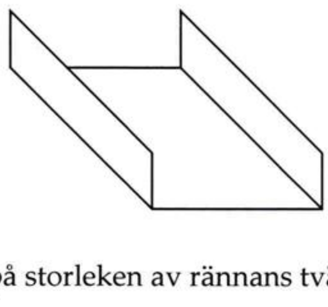
   a) $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{\sin(3x)}{x}$ (1 p)

   b) $\displaystyle\lim_{x\to 1} \frac{x^5-1}{x^2-1}$ (1,5 p)

2. a) Bestäm tangenten till kurvan $y = 1/x^2$ i punkten $(1, 1)$. (1 p)

   b) Bestäm de vågräta asymptoterna till $f(x) = \dfrac{\sqrt{x^2+1}+2x}{x}$. (2 p)

3. En vattenränna ska byggas av plåtbitar som är 50 cm breda genom att kanterna viks upp så att ett rektangulärt tvärsnitt bildas. Hur skall plåten vikas för att tillåta största möjliga vattenflöde i rännan? (3 p)



   Tips: Vattenflödet beror på storleken av rännans tvärsnittsarea.

4. Betrakta funktionen $f(x) = \dfrac{\ln(x)}{x}$ som är definierad för $x > 0$.

   a) Bestäm de intervall där f är strängt växande respektive strängt avtagande. Bestäm även funktionens maximala värde. (2 p)

   b) Visa att $e^{\pi} > \pi^{e}$ med hjälp av resultatet från a)-uppgiften. (1 p)

5. Bestäm talet t_0 sådant att $\displaystyle\int_0^{\pi/2} (t - t_0)\cos(t)\,dt = 0$. (1,5 p)

6. a) Visa att $\displaystyle\int x\sqrt{x+1}\,dx = \frac{2}{15}(3x^2 + x - 2)\sqrt{x+1} + C$. (1 p)

   b) Bestäm de primitiva funktionerna till $f(x) = \dfrac{x^3+2}{x^2-1}$. (1,5 p)

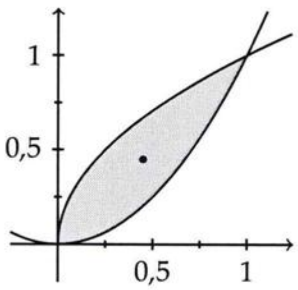
   c) Beräkna $\displaystyle\int_0^1 x^2 \ln(x^3+1)\,dx$. (1,5 p)

7. *Bakgrund.* Antag att $f(x) \geq g(x)$ på intervallet $a \leq x \leq b$ och betrakta området mellan kurvorna $y = f(x)$ och $y = g(x)$ på detta intervall. Områdets tyngdpunkt (x_0, y_0) har koordinater som bestäms av

$$x_0 = \frac{1}{A}\int_a^b x\Big(f(x) - g(x)\Big)\,dx,$$
$$y_0 = \frac{1}{2A}\int_a^b \Big(f(x) + g(x)\Big)\Big(f(x) - g(x)\Big)\,dx,$$

där A betecknar områdets area.

Uppgift. I figuren nedan visas området mellan kurvorna $y = \sqrt{x}$ och $y = x^2$ för $0 \leq x \leq 1$ och dess tyngdpunkt är markerad.



   a) Beräkna arean av området i figuren. (1 p)

   b) Beräkna tyngdpunktens koordinater. (2 p)

8. a) Bestäm den allmänna lösningen till $2y'' + 2y' + y = x^2$. (2 p)

   b) Med lämpligt valda enheter gäller differentialekvationen

$$\frac{dv}{dt} = 1 - v^2$$

   för en fallande boll, där t är tiden och v är hastigheten. Bestäm v som en funktion av t givet att $v(0) = 0$. (2 p)

Lycka till!