



Försättsblad Prov Original

Kurskod	Provkod	Tentamensdatum
M A 1 3 4 G	Ö 1 0 0	2 0 1 9 - 0 4 - 0 5
Kursnamn	Matematik GR (A), Envariabelanalys 2	
Provnamn	Tentamen	
Ort	Östersund	
Termin		
Ämne		



Mittuniversitetet

MID SWEDEN UNIVERSITY

Tentamen i Envariabelanalys 2, 7,5 hp, 2019-04-05

Kurskod: MA134G

Skrivtid: 5 timmar

Hjälpmedel: Grafitande räknare som ej är symbolhanterande samt Matematisk formelsamling, upplaga 5.

Lärare: Anders Holmbom

Till alla uppgifter skall fullständiga lösningar lämnas. En uppgift per blad, skriv endast på en sida. Betyg sätts efter hur väl lärandemålen är uppfyllda. Riktvärde för betygen är: A 22p, B 18p, C 14p, D 10p, E 9p. Aspektuppgiften, markerad A, kan höja betyget om den utförs väl med god motivering.

1. a) Derivera $f(x) = \sqrt{4e^x - x} + x^5 \ln x, x > 0$. (1p)
b) Ekvationen $x^5 y^7 + 3xy = 4$ definierar en kurva i planet. Bestäm dess lutning i punkten (1,1). (1p)
c) Bestäm inversderivatan $(f^{-1})'(2)$ för funktionen $f(x) = e^{3x} + 1$. (1p)
2. a) Lös differentialekvationen $xy' + y = x \cos x, x > 0$. (1p)
b) Lös differentialekvationen $y' = e^{-y} \cos x, y(0) = 0, 0 \leq x \leq \pi$. (1,5p)
c) Lös differentialekvationen $y'' - 16y = 4e^{4x}$. (1,5p)
3. a) Bestäm Taylorpolynomet av ordning 3 kring $x = 0$ för $f(x) = \sin(2x)$. (1,5p)
b) Använd Taylorpolynomet i a) för att approximera $\sin(1)$. (0,5p)
4. a) Beräkna integralen $\int_0^1 x^2 e^x dx$ (1p)
b) Beräkna integralen $\int_0^1 \sin(\pi e^x + \pi) e^{x+\pi} dx$ (1,5p)
c) Beräkna, om möjligt, den generaliserade integralen $\int_0^1 x^3 \ln x dx$. (1,5p)
5. a) Beräkna båglängden av parameterkurvan
$$\begin{cases} x(t) = e^t \\ y(t) = \frac{2}{3} e^{\frac{3t}{2}} \end{cases}, \quad 0 \leq t \leq 1$$
(1,5p)
b) Beräkna om möjligt volymen av den kropp som uppstår då området mellan kurvorna $y = e^{-x}$ och $y = e^{-2x}$ roterar kring positiva x -axeln. (1,5p)

Vänd!

- c) Beräkna volymen av den kropp som uppstår då området som begränsas av kurvan $y = e^{-x}$ och linjerna $x = 1$ och $x = 2$ roterar kring y -axeln. (1p)
6. a) Avgör huruvida serien $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1+(\sin k)^2}{k}$ konvergerar eller divergerar. (1p)
b) Avgör huruvida serien $\sum_{k=1}^{\infty} k e^{-k}$ konvergerar eller divergerar. (1p)
7. a) Skissa kurvorna $r = \theta^2$ och $r = \theta^3$ i första kvadranten. (1p)
b) Beräkna arean av det område som ligger mellan dessa kurvor i första kvadranten. (2p)
8. En hungrig ko släpps ut på bete. Vi börjar iaktta kon när den betat av en kvadratmeter. Allteftersom den blir mättare minskar aptiten och när den betat av y kvadratmeter har takten sjunkit till y^{-2} kvadratmeter per timme. Efter hur lång tid har kon betat av två kvadratmeter? (2p)

Uppgift A

Formulera integralkalkylens medelvärdessats och förklara varför den är rimlig. Ge också ett exempel på en funktion som integralkalkylens medelvärdessats inte fungerar för. Det räcker att du ritat grafen till en sådan funktion och förklarar varför integralkalkylens medelvärdessats inte är tillämpbar på den.

Lycka till!