



Försättsblad Prov Original

Kurskod	Provkod	Tentamensdatum
M A 0 7 2 G	Ö 1 0 0	2 0 1 9 - 0 4 - 0 5
Kursnamn	Matematik GR (A), Tillämpad matematik och matematisk stat...	
Provnamn	Tentamen	
Ort	Östersund	
Termin		
Ämne		

Tentamen i Tillämpad matematik och matematisk statistik (7,5hp)

2019-04-05 kl. 08.00-13.00

Betyg sätts efter hur väl lärandemålen är uppfyllda. Riktvärde för betygen är: A 22p, B 18p, C 14p, D 10p, E 9p (Max: 24p)

Aspektuppgiften, markerad A, kan höja betyget om den utförs väl.

Skriv tydliga och utförliga lösningar till alla uppgifter.

Hjälpmedel: Officiell formelsamling för Mittuniversitetets matematikkurser och miniräknare (ej symbolhanterande).

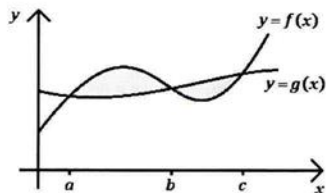
1. Bestäm derivatan till funktionerna.

a) $f(x) = x^2 + 2^x + e^{-2x}$ b) $f(x) = x^2 \ln x$ c) $f(x) = \sqrt{4e^{3x}}$ (3p)

2. Beräkna följande integraler med hjälp av primitiva funktioner:

a) $\int_1^4 (8e^{4x} + \sqrt{x}) dx$ b) $\int_1^2 \left(\frac{2}{x} + x^{-2} \right) dx$ (2p)

c) Uttryck den totala arean av de skuggade områdena i figuren nedan med hjälp av $f(x)$ och $g(x)$. (1p)



3. a) En tank innehåller 10 kg salt upplöst i 1000 liter vatten. Vatten som innehåller 0,03 kg salt per liter kommer in tanken med en hastighet av 25 liter/minut. Samtidigt tappas saltlösning ut ur tanken med samma hastighet. Detta kan beskrivas av (2p)

$$\frac{dy}{dt} = 0,75 - 0,025y, \quad y(0) = 10$$

där y är mängden salt (i kg) i tanken och t är tiden i minuter. Visa att

$$y = 30 - 20e^{-0,025t}$$

är en lösning till detta begynnelsevärdesproblem.

b) Med vilken hastighet förändras mängden salt i tanken i a-uppgiften efter 10 minuter? (1p)

4. Kaffe som är 86°C hålls upp i en termos. Temperaturen T (i $^\circ\text{C}$) sjunker sedan enligt

$$T'(t) = -8,58e^{-0,13t}$$

där t är tiden i timmar.

- a) Hur mycket sjunker temperaturen den första timmen? (1p)
 b) Vilken temperatur har kaffet efter 4 timmar? (1,5p)

5. Antag att sträckan (i mil) man kan köra på 5 liter bensin med bilmodell A är en stokastisk variabel ξ_A sådan att $\xi_A \in N(7.6, 0.8)$ och att motsvarande sträcka för bilmodell B är en stokastisk variabel $\xi_B \in N(7.8, 0.5)$.

- a) Vad är sannolikheten att man kan köra minst 9 mil på 5 liter bensin med modell A ? (1,5p)
 b) Med vilken av modellerna kan man i genomsnitt köra längst sträcka på 5 liter bensin? Motivera svaret. (1,5p)

6. Låt ξ vara livslängden (i timmar) hos en viss typ av glödlampor och antag att frekvensfunktionen för ξ ges av

$$f(t) = \begin{cases} \frac{a}{t^3}, & 1500 \leq t \leq 2500 \\ 0, & \text{för övrigt} \end{cases}$$

- a) Bestäm konstanten a . (1,5p)
 b) Vad är sannolikheten att en slumpvis vald glödlampa av den aktuella typen håller högst 2000 timmar? (1,5p)

7. Bestämning av hållfastheten hos provkroppar av cement som torkat 2 dagar gav följande resultat (kp/m^2):

21,8 21,7 20,0 22,4 22,0 22,1 21,9

- a) Beräkna medelvärde och standardavvikelse för detta material. (1p)
 b) Antag nu att hållfastheten är normalfördelad med standardavvikelse $0,8 \text{ kp}/\text{m}^2$. Bestäm ett 95% konfidensintervall för väntevärdet för hållfastheten hos cement som torkat 2 dagar. (1,5p)
 c) Kan man vara säker på att väntevärdet ligger inom intervallet från b -uppgiften? Motivera ditt svar. (1p)

8. Resultatet från en undersökning av lösligheten hos natriumnitrat i relation till vattentemperatur visas i tabellen nedan. Vid temperaturen T ($^\circ\text{C}$) löstes Y delar natriumnitrat i 100 delar vatten.

T	0	10	21	36	68
Y	67	77	86	99	125

- a) Anpassa en regressionslinje efter dessa data. (2p)
 b) Hur mycket ökar i genomsnitt antalet delar natriumnitrat som löses vid en ökning av vattentemperaturen med 1°C ? (1p)

A. Kvotregeln säger att om $h(x) = \frac{f(x)}{g(x)}$ ($g(x) \neq 0$) så är

$$h'(x) = \frac{f'(x)g(x) - f(x)g'(x)}{(g(x))^2}.$$

Bevisa denna regel. *Tips:* Använd produktregeln och kedjeregeln.

